

UDC 519.632.4

R. H. Drebotiy, H. A. Shynkarenko✉

HEURISTIC CHOICE OF THE REGULARIZATION PARAMETER FOR OPTIMAL STABILIZATION OF THE FINITE ELEMENT APPROXIMATIONS

The problem of the optimal choice of the regularization parameter in the stabilization scheme of the finite element method for the singularly perturbed diffusion – advection – reaction problem is considered. Stabilization is based on the combination of Tikhonov-type regularization with the auxiliary Cauchy problem. The behavior of perturbations in the approximate solution with respect to change in the regularization parameter is studied. On the basis of performed analysis the heuristic criterion for the optimal choice of the regularization parameter is constructed. The criterion is formulated as a local problem of minimization for corresponding function constructed in a view of composition of a linear functional and the obtained finite element approximation. The proposed approach is developed for one-dimensional problems and then generalized for 2D problems. The possibility of using the Harrow – Hassidim – Lloyd quantum algorithm in combination with the swap test to implement the computation of the obtained loss function on quantum computers also is discussed.

Key words: finite element method, diffusion – advection – reaction model, stabilization schemes, Cauchy problem, discrete Laplace operator, Harrow – Hassidim – Lloyd algorithm.

ЕВРИСТИЧНИЙ ВИБІР ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦІЇ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ АПРОКСИМАЦІЙ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Розглянуто задачу оптимального вибору параметра регуляризації у схемі стабілізації методу скінченних елементів для сингулярно збурених задач дифузії – адвекції – реакції. Стабілізація базується на поєднанні регуляризації Тихонова з допоміжною задачею Коші. Проаналізовано поведінку збурень наближеного розв'язку щодо зміни параметра регуляризації. На основі проведеного аналізу побудовано евристичний критерій оптимального вибору параметра регуляризації. Критерій формулюється як локальна задача мінімізації відповідної функції, побудованої у вигляді композиції лінійного функціонала та отриманої скінченно-елементної апроксимації. Запропонований підхід розроблено для одновимірних задач, а потім узагальнено для двовимірних. Також показано можливість використання квантового алгоритму Гарроу – Гассидима – Ллойда у поєднанні зі swap-тестом для реалізації обчислення отриманої функції втрат на квантовому комп'ютері.

Ключові слова: метод скінченних елементів, модель дифузії – адвекції – реакції, схеми стабілізації, задача Коші, дискретний оператор Лапласа, алгоритм Гарроу – Гассидима – Ллойда.

Ivan Franko National University of Lviv, Lviv

Received
01.02.23

✉ roman.drebotiy@gmail.com