ISSN 0130–9420. Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2023. – 66, № 1-2. – С. 23–39. – Бібліогр.: 28 назв. – Укр. **doi: 10.15407/mmpmf2023.66.1-2.23-39**

УДК 512.64

В. М. Прокіп[1✉], О. М. Мельник[2], Р. В. Коляда[3]

ПРО ПОДІЛЬНІСТЬ ІЗ ОСТАЧЕЮ МНОГОЧЛЕННИХ МАТРИЦЬ НАД ДОВІЛЬНИМ ПОЛЕМ

Досліджується задача про подільність многочленних матриць із остачею над довільним полем F. Встановлено умови, за яких для пари многочленних матриць $A(\lambda)$ і $B(\lambda)$ над полем F існує єдина пара многочленних матриць $P(\lambda)$ і $Q(\lambda)$ над F таких, що $B(\lambda) = A(\lambda)P(\lambda) + Q(\lambda)$. Наведено застосування отриманих результатів для знаходження мінімальних розв'язків матричного рівняння Сильвестра. Доведено, що неособливі многочленні матриці $A(\lambda)$ і $B(\lambda)$ мають взаємно прості визначники тоді й тільки тоді, коли для довільної ненульової матриці $C(\lambda)$ матричне рівняння $A(\lambda)X(\lambda) + Y(\lambda)B(\lambda) = C(\lambda)$ має єдиний мінімальний розв'язок.

Ключові слова: *многочленна матриця, подільність матриць, матричне рівняння, мінімальний розв'язок, матриці із взаємно простими визначниками.*

ON DIVISIBILITY WITH REMAINDER OF POLYNOMIAL MATRICES OVER AN ARBITRARY FIELD

The problem of divisibility with a remainder of polynomial matrices over an arbitrary field F is studied. Conditions are established under which, for a pair of polynomial matrices $A(\lambda)$ and $B(\lambda)$ over a field F, there exists a unique pair of polynomial matrices $P(\lambda)$ and $Q(\lambda)$ over F such that $B(\lambda) = A(\lambda)P(\lambda) + Q(\lambda)$. The application of obtained results for finding minimal solutions of the Sylvester-type matrix equation is presented. It is proved that nonsingular polynomial matrices $A(\lambda)$ and $B(\lambda)$ over F have relatively prime determinants if and only if the matrix equation $A(\lambda)X(\lambda) + Y(\lambda)B(\lambda) = C(\lambda)$ has a unique minimal solution for any nonzero matrix $C(\lambda)$.

Key words: *polynomial matrix, divisibility of matrices, matrix equation, minimal solution, matrices with relatively prime determinants.*

[1] Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,
[2] Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,
[3] Укр. акад. друкарства, Львів

Одержано 10.01.23

✉ v.prokip@gmail.com