

УДК 539.3

М. Й. Юзв'як[✉], Ю. В. Токовий

ПРУЖНА РІВНОВАГА ПОРОЖНИСТОГО ЦИЛІНДРА СКІНЧЕНОЇ ДОВЖИНИ ЗА ОСЕСИМЕТРИЧНОГО СИЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Розвинуто методику розв'язування осесиметричної задачі теорії пружності для порожнистого циліндра скінченної довжини за силового навантаження торців та внутрішньої і зовнішньої циліндричних поверхонь. З використанням безпосереднього інтегрування рівнянь рівноваги сформульовано допоміжні задачі для визначення компонент тензора напружень через єдину функцію, названу функцією Віака. З використанням отриманих виразів рівняння суцільності зведено до ключового рівняння для визначальної функції, а систему вихідних крайових умов еквівалентно замінено інтегральними умовами. Побудовано повні системи власних та приєднаних функцій для подання розв'язку задачі у вигляді суперпозиції елементарної та самозрівноваженої складових. Розроблено методику розв'язування ключового рівняння з відповідними інтегральними умовами для кожної зі складових. Для визначення самозрівноваженого розв'язку розроблено рекурентний алгоритм, який забезпечує повне відокремлення змінних у ключовому рівнянні. Побудований у такий спосіб розв'язок дає змогу точного аналізу напружень у пружних циліндрах з різним відношенням довжини твірної до радіусу.

Ключові слова: порожнистий циліндр скінченної довжини, метод безпосереднього інтегрування, аналітичний розв'язок, осесиметрична задача, функція Віака.

ELASTIC EQUILIBRIUM OF A HOLLOW CYLINDER OF FINITE LENGTH SUBJECTED TO AXISYMMETRIC FORCE LOADING

A technique is developed for solving an axisymmetric elasticity problem for a hollow cylinder of finite length subjected to force loading applied to its end faces and both inner and outer circumferences. Using the direct integration of the equilibrium equations, the auxiliary problems are formulated for expressing the stress-tensor components via a key function called the Vihak function. By implementing the obtained expressions, the compatibility equations are reduced to a governing equation for the key function; the system of original boundary conditions is also reduced equivalently to corresponding integral conditions for the key function. The complete systems of associated functions and eigenfunctions are constructed to represent the solution to the problem in the form of a superposition of the elementary and self-equilibrated parts. A technique is developed for solving the governing equation with corresponding integral conditions for each of the foregoing parts. For determining the self-equilibrated solution, a recurrent algorithm is suggested, which allows for complete separation of variables in the governing equation. The constructed solution allows for exact analysis of stresses in elastic cylinders of different cylinder ratio.

Key words: hollow cylinder of finite length, direct integration method, analytical solution, axisymmetric problem, Vihak's function.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
12.02.21

[✉] yuzvyaky@ukr.net