

## РЕДУКЦІЇ ДІАГРАМ СПЛЕТЕНЬ І ГРАФІВ ЗАЙФЕРТА

Вивчаються редукційні операції на діаграмах сплетень і відповідних графах Зайферта в контексті відомих гіпотез про співвідношення між брейд-індексом сплетення і скрутком його діаграм. Ці операції зменшують кількість циклів Зайферта в діаграмі, при цьому скрут діаграми змінюється в контролюваній спосіб. Розглянуто приклади знакових площинних графів і діаграм сплетень, які спростовують природні конструктивні варіанти окремих гіпотез.

## РЕДУКЦИИ ДИАГРАММ ЗАЦЕПЛЕНИЙ И ГРАФОВ ЗАЙФЕРТА

Изучаются редукционные операции на диаграммах зацеплений и соответствующих графах Зайферта в контексте известных гипотез о соотношении между брейд-индексом зацепления и кручением его диаграмм. Данные операции уменьшают число циклов Зайферта в диаграмме, при этом кручение диаграммы изменяется контролируемым образом. Приведены примеры знаковых плоских графов и диаграмм зацеплений, опровергающие конструктивные варианты отдельных гипотез.

## REDUCTION ON DIAGRAMS OF LINKS AND SEIFERT GRAPHS

We study reduction operations on diagrams of links and corresponding Seifert graphs in the context of some classical hypothesis on the relationship between the braid index of a link and the writhe of its diagram. These operations allow to decrease the number of Seifert circles in the diagram so that the writhe of the diagram changes in a controlled way. We give examples of signed plane graphs and link diagrams that disprove some conjectures stated in a natural constructive form.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстрігача НАН України, Львів,  
Ін-т математики Гданськ. ун-ту, Гданськ, Польща

Одержано  
22.01.07

ISSN 0130-9420. Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2007. – 50, № 2. – С. 17-28. –  
Бібліогр.: 4 назв. – Укр.

УДК 517.983.54

I. Є. Баранська

## ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА В ОБЛАСТІ З ВІЛЬНОЮ МЕЖЕЮ ДЛЯ ДВОВИМІРНОГО ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ

*Визначено умови існування та єдності розв'язку оберненої задачі знаходження невідомого старшого коефіцієнта, що залежить від часу, у двовимірному параболічному рівнянні в області з невідомою межею.*

### ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА В ОБЛАСТИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ ДЛЯ ДВУХМЕРНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

*Установлены условия существования и единственности решения обратной задачи определения неизвестного старшего коэффициента, зависящего от времени, в двухмерном параболическом уравнении в области со свободной границей.*

### INVERSE PROBLEM IN DOMAIN WITH FREE BOUNDARY FOR TWO-DIMENSIONAL PARABOLIC-TYPE EQUATION

*We establish the conditions for existence and uniqueness of solution to the inverse problem for the two-dimensional parabolic-type equation with unknown time-dependent leading coefficient in a domain with free boundary.*

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
21.06.06

УДК 539.3

В. Г. Попов

## ДОСЛІДЖЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ НАПРУЖЕНЬ В ОКОЛІ ВКЛЮЧЕННЯ У ВИГЛЯДІ СКІНЧЕНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ПІД ДІЄЮ ХВИЛІ КРУЧЕННЯ

Розв'язано задачу про визначення напруженого стану в необмеженому тілі з включенням у вигляді циліндричної оболонки під дією осесиметричної хвилі кручения. Включення може бути як абсолютно жорстким, так і пружним. Між ним і навколошнім середовищем на зовнішній та внутрішній поверхнях виконуються умови ідеального зчеплення. Метод розв'язування ґрунтуються на використанні розривного роз'язку рівняння крутильних коливань і зведенні граничної задачі до сингулярного інтегрального рівняння відносно невідомого стрибка дотичних напружень.

### ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ОКОЛО ВКЛЮЧЕНИЯ В ВИДЕ КОНЕЧНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВОЛНЫ КРУЧЕНИЯ

Решена задача об определении напряженного состояния в неограниченном теле возле включения в виде цилиндрической оболочки под действием осесимметричной волны кручения. Включение может быть как абсолютно жестким, так и упругим. Между ним и внешней средой на внешней и внутренней сторонах выполнены условия идеального сцепления. Метод решения основан на использовании разрывного решения уравнения крутильных колебаний и сведении граничной задачи к сингулярному интегральному уравнению относительно неизвестного скачка касательных напряжений.

### ANALYSIS OF STRESS CONCENTRATION NEAR INCLUSION IN THE FORM OF FINITE CYLINDRICAL SHELL UNDER ACTION OF TORSIONAL WAVE

The problem about the definition of stress state in the unbounded body near inclusion in the form of a cylindrical shell under the action of an axisymmetric torsional wave is solved. The inclusion can be both absolutely stiff and elastic. The conditions of ideal cohesion between the inclusion and the external medium on the external and internal sides of the inclusion are satisfied. The method of solution is based on the use of the discontinuous solution of equation of torsional oscillations and reduction of the boundary-value problem to the singular integral equation concerning unknown jump of tangential stresses.

Одеська нац. морська акад., Одеса

Одержано  
28.11.06

УДК 539.3

А. В. Ловейкін, А. Ф. Улітко

**РІВНОВАГА НЕСТИСЛИВОГО ПІВПРОСТОРУ,  
ПОСЛАБЛЕНого ДВОМА V-ПОДІБНИМИ ПРИПОВЕРХНЕВИМИ  
ТРИЩИНAMI, що мають спільну вершину**

Розглянуто задачу про визначення характеру поведінки напружень у нестисливому півпросторі з двома притповерхневими V-подібними (клиноподібними) тріщинами, які мають спільну вершину та лежать у площині, перпендикулярній до поверхні півпростору. На основі отриманих результатів встановлено, що локальна поведінка напружень при підході до вершини тріщин суттєво залежить від геометричних параметрів тріщин.

**РАВНОВЕСИЕ НЕСЖИМАЕМОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА,  
ОСЛАБЛЕННОГО ДВУМЯ V-ПОДОБНЫМИ ПРИПОВЕРХНОСТНЫМИ  
ТРЕЩИНAMI, ИМЕЮЩИМИ ОБЩУЮ ВЕРШИНУ**

Рассмотрена задача об определении характера поведения напряжений в несжимаемом полупространстве с двумя притповерхностными V-подобными (клиноподобными) трещинами, которые имеют общую вершину и лежат в плоскости, перпендикулярной поверхности полупространства. Используя полученные результаты, установлено, что локальное поведение напряжений при подходе к вершине трещин существенно зависит от геометрических параметров трещин.

**EQUILIBRIUM OF INCOMPRESSIBLE HALF-SPACE WEAKENED BY TWO  
V-SHAPED SURFACE CRACKS THAT HAVE THE SAME TIP**

This paper deals with the problem of stress singularity definition in the incompressible half-space with two V-shaped surface cracks that have the same tip and lie in the plane that is perpendicular to the half-space surface. The results obtained in the paper give us the conclusion that the local stress behavior near the cracks' tip depends on the cracks geometrical parameters essentially.

Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка, Київ

Одержано  
26.11.06

УДК 539.3

В. Л. Богданов

## ОСЕСИМЕТРИЧНА ЗАДАЧА ПРО ПРИПОВЕРХНЕВУ ТРИЩИНУ НОРМАЛЬНОГО ВІДРИВУ В КОМПОЗИТНОМУ МАТЕРІАЛІ З ЗАЛИШКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ

У рамках лінеаризованої механіки деформівного твердого тіла з використанням континуальної моделі композиту досліджено задачу про дискооподібну тріщину нормального відриву в напівсінченому композитному матеріалі з початковими (залишковими) напруженнями, які діють уздовж тріщини. Наведено розв'язувальну систему інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду та вирази для коефіцієнтів інтенсивності напружень в околі тріщини. Для двох типів композитів – шаруватого композитного матеріалу з ізотропними шарами та композита зі stoхастичним армуванням у площині ізотропній короткими волокнами – отримано чисельні залежності коефіцієнтів інтенсивності напружень від початкових (залишкових) напружень, фізико-механічних характеристик матеріалу та геометричних параметрів задачі.

### ОСЕСИММЕТРИЧНА ЗАДАЧА О ПРИПОВЕРХНОСТНОЙ ТРЕЩИНЕ НОРМАЛЬНОГО ОТРЫВА В КОМПОЗИТНОМ МАТЕРИАЛЕ С ОСТАТОЧНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

В рамках линеаризированной механики деформируемого твердого тела с использованием континуальной модели композита исследована задача о дискообразной трещине нормального отрыва в полубесконечном композитном материале с начальными (остаточными) напряжениями, действующими вдоль трещины. Приведены разрешающая система интегральных уравнений Фредгольма второго рода и выражения для коэффициентов интенсивности напряжений в окрестности трещины. Для двух типов композитов – слоистого композитного материала с изотропными слоями и композита со стохастическим армированием в плоскости изотропии короткими волокнами – получены численные зависимости коэффициентов интенсивности напряжений от начальных (остаточных) напряжений, физико-механических характеристик материала и геометрических параметров задачи.

### AXISYMMETRIC PROBLEM ON NEAR-THE-SURFACE MODE-I CRACK IN COMPOSITE WITH RESIDUAL STRESSES

In this paper, the problem on a near-the-surface penny-shaped mode-I crack in semi-infinite composite with initial (residual) stresses is considered within the framework of the linearized mechanics of deformable solids. A continual model of composite is used. The analysis involves reducing the problem to a system of the Fredholm second kind integral equations. The representations of the stress intensity factors near the crack edges are obtained. The parameters of fracture for two types of composites (laminar composites with isotropic layers and composites with stochastic reinforcement by fibers of finite length) are obtained. The dependence of the stress intensity factors on the initial stresses, physical-mechanical parameters of composites and geometric parameters are investigated.

Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ

Одержано  
23.04.07

УДК 539.3

О. Ф. Кривий

## ТУНЕЛЬНІ ВКЛЮЧЕННЯ В КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ АНИЗОТРОПНОМУ ПРОСТОРИ

У просторі узагальнених функцій побудовано сингулярні інтегральні спiввiдношення, що зв'язують стрибки та суми змiщень i напружень у площинi з'єднання двох рiзних анизотропних пiвпросторiв, якi знаходяться у двовимiрному станi без наявностi площин пружної симетрiї. В результатi задачi про тунельнi абсолютно жорсткi включення, якi знаходяться в умовах повного зчеплення або гладкого контакту з рiзними анизотропними пiвпросторами, зведено до систем сингулярних інтегральних рiвнянь. Одержано розв'язок вказаних систем у явному виглядi, що дозволило визначити поле напруженiй в околi включенiй. Дослiджено залежнiсть кутa поворотu включенiй вiд пружних властивостей пiвпросторiв у найбiльш загальному випадку анизотропiї.

### ТУННЕЛЬНЫЕ ВКЛЮЧЕНИЯ В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ АНИЗОТРОПНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В пространстве обобщенных функций построены сингулярные интегральные соотношения, связывающие скачки и суммы напряжений и смещений в плоскости соединения двух различных анизотропных полупространств, которые находятся в двумерном состоянии без наличия плоскостей упругой симметрии. В результате задачи о туннельных абсолютно жестких включениях, находящихся в условиях полного сцепления или гладкого контакта с различными анизотропными полупространствами, сведены к системам сингулярных интегральных уравнений. Получено решение указанных систем в явном виде, что позволило определить поля напряжений в окрестности включений. Исследована зависимость угла поворота включений от упругих свойств полупространств в самом общем случае анизотропии.

### TUNNEL INCLUSIONS IN PIECEWISE-HOMOGENEOUS ANISOTROPIC SPACE

The integral singular equalities are constructed in the space of generalized functions. These equalities connect jumps and sums of stresses and displacements in the plane of connection of two different anisotropic half-spaces which are in the bi-directional condition without the planes of elastic symmetry. As result, the problems regarding interface absolutely rigid tunnel inclusions which are in conditions of full cohesion or smooth contact with various anisotropic half-spaces are reduces to the systems of integral singular equations. The exact solution of indicated systems is obtained, what allows us to determine the fields of stresses in vicinity of inclusions. We have analyzed the dependence of angle of rotation of inclusions on elastic properties of half-spaces in the most general case of anisotropy.

Одеська нац. морська акад., Одеса

Одержано  
30.01.07

УДК 539.3

С. М. Склепус

**ПОВЗУЧІСТЬ І ПОШКОДЖУВАНІСТЬ ВНАСЛІДОК ПОВЗУЧОСТІ  
ГНУЧКИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК ІЗ МАТЕРІАЛІВ З ХАРАКТЕРИСТИКАМИ,  
ЩО ЗАЛЕЖАТЬ ВІД ВИДУ НАВАНТАЖЕННЯ**

Розглянуто задачу повзучості та пошкоджуваності внаслідок повзучості геометрично нелінійних пологих оболонок із матеріалів, характеристики яких залежать від типу навантаження. Запропоновано метод розв'язування, який базується на сумісному застосуванні методів R-функцій і Рунге – Кутта – Мерсона. Наведено результати досліджень впливу виду навантаження та геометричної форми на повзучість і тривалу міцність гнучких пологих оболонок.

**ПОЛЗУЧЕСТЬ И ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ ВСЛЕДСТВИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ  
ГИБКИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК ИЗ МАТЕРИАЛОВ С ХАРАКТЕРИСТИКАМИ,  
ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ВИДА НАГРУЖЕНИЯ**

Рассмотрена задача ползучести и повреждаемости вследствие ползучести геометрически нелинейных пологих оболочек из материалов с характеристиками, которые зависят от вида нагружения. Разработан метод решения, базирующийся на совместном применении методов R-функций и Рунге – Кутта – Мерсона. Приведены результаты исследования влияния вида нагружения и геометрической формы на ползучесть и длительную прочность гибких пологих оболочек.

**CREEP AND DAMAGE DUE TO CREEP OF FLEXIBLE SHALLOW  
SHELLS FROM MATERIALS WITH CHARACTERISTICS  
DEPENDING ON TYPE OF LOADING**

A creep and damage due to creep problem for geometrically nonlinear shallow shells from materials with characteristics depending on type of loading is considered. The R-function method and the Runge – Kutta – Merson method have been used for solution procedure. The influence of external load direction and geometric form of shell on creep behavior and long-time strength of flexible shallow shells has been investigated.

Ін-т проблем машинобудування  
ім. А. М. Підгорного НАН України, Харків

Одержано  
27.06.06

УДК 534:539.3

О. Я. Мічуда

## ПРО ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ПІДХІД ДО ФОРМУВАННЯ ФІЗИЧНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ МЕХАНІКИ ІНЕРЦІЙНИХ ПРУЖНИХ СИСТЕМ

Сформульовано базове енергетичне рівняння для масоізольованої пружної системи, яка перебуває під дією динамічного силового навантаження. На цій основі за умов потенціального опису встановлено співвідношення локального динамічного стану і відповідні рівняння руху для поступальної, обертовальної та деформаційної форм руху.

### ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ К ФОРМИРОВАНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ МЕХАНИКИ ИНЕРЦИОННЫХ УПРУГИХ СИСТЕМ

Получено основное энергетическое соотношение для массоизолированной упругой системы, которая находится под воздействием динамической силовой нагрузки. Установлены физические соотношения локального динамического состояния и уравнения движения для поступательной, вращательной и деформационной форм движения.

### ON ENERGETIC APPROACH TO CONSTRUCTING PHYSICAL RELATIONSHIPS OF INERTIA ELASTIC SYSTEMS MECHANICS

*The basic energy equation is formulated for a mass-isolated elastic system being under the action of dynamical force loading. Within the scope of potential description the relationships of local dynamical state are formulated as well as the motion equations for translational, rotative and deformation forms of motion.*

<sup>1</sup> Центр мат. моделювання

Ін-ту прикл. проблем механіки і математики,  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

<sup>2</sup> Ін-т прикл. математики та фундам. наук  
нац. ун-ту «Львів. політехніка», Львів

Одержано  
27.03.07

УДК 539.3

Б. М. Калиняк

## АНАЛІТИЧНІ ВИРАЗИ ДЛЯ НАПРУЖЕНЬ І ТЕРМОНАПРУЖЕНЬ У ДОВГОМУ ПОРОЖНИСТому НЕОДНОРІДНОМУ ТЕРМОЧУТЛИВОМУ ЦИЛІНДРІ

Пропонується спосіб отримання простих формул для визначення напружень у довгому неоднорідному термоочутливому порожнисному циліндрі з залежностями від радіальної координати характеристиками матеріалу. Відповідну одновимірну квазистатичну задачу термопружності в напруженнях зведенено до суккупності інтегральних рівнянь шляхом безпосереднього інтегрування рівнянь рівноваги та сучільності. Проведено порівняння числових результатів, отриманих за цією методикою, методом послідовних наближень, та точним розв'язком у випадку степеневої залежності модуля пружності.

### АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ТЕРМОНАПРЯЖЕНИЙ В ДЛИННОМ ПОЛОМ НЕОДНОРОДНОМ ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ

Предложен способ получения простых формул для определения напряжений в длинном неоднородном термочувствительном полом цилиндре с зависимыми от радиальной координаты характеристиками материала. Соответствующая одномерная квазистатическая задача термоупругости в напряжениях сведена к системе интегральных уравнений непосредственным интегрированием уравнений равновесия и сплошности. Проведено сравнение численных результатов, полученных предложенным способом, методом последовательных приближений и точного решения для случая степенной зависимости модуля упругости от радиальной координаты.

### ANALYTICAL EXPRESSIONS FOR STRESSES AND THERMAL STRESSES IN LONG INHOMOGENEOUS THERMAL SENSITIVE HOLLOW CYLINDER

An approach for obtaining stresses in an inhomogeneous thermal sensitive hollow cylinder with characteristics of the material dependent on the radial coordinate has been proposed. The corresponding one-dimensional quasi-static problem in terms of stresses has been reduced to solving a series of integral equations. The last have been obtained by direct integration of both the equilibrium and compatibility equations. The numerical results obtained by using the proposed approach, the iteration procedure, and the exact analytical solution in the case when the elasticity modulus has power dependence on radial coordinate have been compared.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
02.03.06

Я. І. Єлейко, Ю. В. Жерновий

## ІМОВІРНІСТЬ НЕБЕЗПЕЧНОГО СТАНУ СКЛАДЕНИХ БАЛОК І СТЕРЖНІВ З ВИПАДКОВИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ ТА ПОЧАТКОВИМИ ПРОГИНАМИ

Побудовано ймовірнісну модель для прогнозування небезпечного (критичного) стану складених балок і стержнів, пов'язаного зі втратою ними плоскої форми стійкості або з руйнуванням. Основну увагу зосереджено на визначеній ймовірності виникнення небезпечного стану конструкцій з рівномірно розподіленими випадковими зовнішніми силами та параметрами початкових прогинів.

### ВЕРОЯТНОСТЬ ОПАСНОГО СОСТОЯНИЯ СОСТАВНЫХ БАЛОК И СТЕРЖНЕЙ СО СЛУЧАЙНЫМИ НАГРУЗКАМИ И НАЧАЛЬНЫМИ ПРОГИБАМИ

Построена вероятностная модель для прогнозирования опасного (критического) состояния составных балок и стержней, связанного с потерей ими плоской формы устойчивости или с разрушением. Основное внимание уделено определению вероятности возникновения опасного состояния конструкций с равномерно распределенными случайными внешними силами и параметрами начальных прогибов.

### PROBABILITY OF DANGEROUS STATE OF COMPOSITE BEAMS AND RODS WITH RANDOM LOADS AND INITIAL DEFLECTIONS

The probabilistic model for prediction of a dangerous (critical) state of composite beams and rods with loss of stability of plane form or fracture is constructed. The probability of dangerous state of constructions with uniformly distributed random external forces and initial deflections parameters is found.

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
25.04.05

УДК 539.3

О. О. Євтушенко<sup>1,2</sup>, С. Ю. Пир'єв<sup>1</sup>

## НАПРУЖЕНИЙ СТАН ПІВПРОСТОРУ, ЗУМОВЛЕНІЙ ДІЄЮ НА ЙОГО ПОВЕРХНІ РУХОМОГО МЕХАНІЧНОГО ТА ТЕПЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Наведено розв'язки просторових задач теорії пружності, квазистаціонарної тепlopровідності та статичної термоупругості для півпростору, на поверхню якого діє локально розподілене рухоме механічне та теплове навантаження. Чисельний аналіз проведено для герцівського розподілу тиску та пропорційної йому інтенсивності теплового потоку в області еліптичної форми.

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВА, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ДЕЙСТВИЕМ НА  
ЕГО ПОВЕРХНОСТИ ДВИЖУЩЕГОСЯ МЕХАНИЧЕСКОГО И ТЕПЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ

Представлены решения пространственных задач теории упругости, квазистационарной теплопроводности и статической термоупругости для полупространства, на поверхности которого действует локально распределенное движущееся механическое и тепловое нагружение. Чисельный анализ проведен для герцовского распределения давления и пропорциональной ему интенсивности теплового потока в области эллиптической формы.

### STRESS STATE OF HALF-SPACE DUE TO THE ACTION OF MOVING MECHANICAL AND HEAT LOADING ON IT SURFACE

The solution to the spatial problems of the elasticity theory, the theory of quasi-stationary heat conduction and static thermoelasticity for a half-space are presented. The surface of the half-space is under the action of locally distributed moving mechanical and heat loading. Numerical analysis is made for Hertz distribution of pressure and heat flow of proportional intensity in the elliptic form region.

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

Одержано  
10.01.07

<sup>2</sup> Б'ялистоцька політехніка, Б'ялистоцьк, Польща

M. Kolodziejczyk

## **ON A CERTAIN METHOD FOR NUMERICAL ANALYSIS OF THE NAVIER – STOKES EQUATIONS**

*The present paper describes a modification and development of the method presented in [18] for the determination of unsteady plane flow of viscous incompressible fluid. The main feature of the method consists in such elimination of the pressure from the governing equations by means of integration that the order of resulting system is not increased in comparison with the original one. This operation leads to the initial problem for a system of the first order ordinary differential equations. In this paper the method was modified by application of the staggered grid for velocity components. Numerical results and their comparison with results obtained by other authors are presented in order to verify the method.*

### **ПРО ОДИН МЕТОД ЧИСЛОВОГО АНАЛІЗУ РІВНЯНЬ НАВ'Є – СТОКСА**

*Описано модифікацію і дальший розвиток методу, запропонованого в [18] для визначення неусталеного плоского течіння в'язкої нестисливої рідини. Головною властивістю методу є виключення тиску з ключових рівнянь за допомогою інтегрування таким чином, щоб порядок отриманої системи не збільшувався порівняно з вихідною системою. Вказанна операція приводить до задачі з початковими умовами для системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. У статті метод модифіковано шляхом застосування зсунутої сітки для компонент швидкості. З метою перевірки методу наведено числові результати та їх порівняння з результатами, отриманими іншими авторами.*

### **ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ – СТОКСА**

*Описана модификация и дальнейшее развитие метода, предложенного в [18] для определения неустановившегося плоского течения вязкой несжимаемой жидкости. Главным свойством метода является исключение давления из ключевых уравнений путем интегрирования таким образом, чтобы порядок полученной системы не увеличивался по сравнению с исходной системой. Указанная операция приводит к задаче с начальными условиями для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В статье метод модифицируется путем использования сдвинутой сетки для компонент скорости. Для проверки метода приводятся численные результаты и их сравнение с результатами, полученными другими авторами.*

Bialystok Univ. of Technology, Bialystok, Poland

Received  
14.07.06

И. Т. Селезов<sup>1</sup>, В. Н. Кузнецов<sup>2</sup>, О. В. Звонарева<sup>2</sup>

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИМПУЛЬСА ДАВЛЕНИЯ В УПРУГОЙ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ КОАКСИАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С ЖИДКОСТЬЮ

Исследуется распространение неустановившихся гидроупругих волн вдоль слоя жидкости между упругой внешней и жесткой внутренней цилиндрическими оболочками. Жидкость предполагается вязкой сжимаемой, материал оболочки – вязкоупругим. Движение оболочки описывается уравнениями Кирхгофа – Лява, а движение жидкости – уравнениями, осредненными по радиальной координате. Задача решается на основе интегрального преобразования Лапласа по времени с последующим численным обращением. Проводится анализ распространения импульса давления.

### ПОШИРЕННЯ ІМПУЛЬСУ ТИСКУ В ПРУЖНІЙ НАПІВСІНЧЕННІЙ КОАКСІАЛЬНІЙ ЦІЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛООНЦІ З РІДИНОЮ

Досліджується поширення неусталених гідропружинних хвиль вздовж шару рідини між пружною зовнішньою і жорсткою внутрішньою циліндричними оболонками. Рідина припускається в'язкою і стисливою, матеріал оболонки – в'язкопружним. Рух оболонки описується рівняннями Кірхгофа – Лява, рух рідини – рівняннями, усередненими за радіальною координатою. Задача розв'язується за допомогою інтегрального перетворення Лапласа за часом з наступним чисельним оберненням. Проведено аналіз поширення імпульсу тиску.

### PRESSURE PULSE PROPAGATION IN ELASTIC SEMI-INFINITE COAXIAL CYLINDRICAL SHELL WITH FLUID

*Propagation of unsteady hydroelastic waves along a fluid layer between the elastic outer and rigid inner cylindrical shells is investigated. The fluid is assumed to be viscous compressible, the shell material – viscoelastic. The shell motion is governed by the Kirchhoff – Love equations and the fluid motion – by the equations averaged over a radial coordinate. The problem is solved on the basis of the integral Laplace time transform with consequent numerical inversion. The analysis of pressure pulse propagation is presented.*

<sup>1</sup> Ин-т гидромеханики НАН Украины, Киев,  
<sup>2</sup> Ун-т ж.-д. транспорта, Днепропетровск

Получено  
20.09.06

О. П. Піддубняк, Н. Г. Піддубняк

## ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ПРУЖНОМУ КРУГОВОМУ ЦИЛІНДРІ, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ НАВКОЛО СВОЄЇ ОСІ В АКУСТИЧНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Розглянуто перехідні процеси в пружному круговому циліндрі безмежної довжини, який набирає обертів зі стану спокою до певного значення кутової швидкості, а через деякий час раптово зупиняється. У «крейсерському» режимі кутова швидкість може бути сталою або коливатись на сталій частоті. Важається, що циліндр оточений ідеальною стисливовою рідиною (газом), тому його можна розглядати як випромінювач звукових імпульсів обертового типу (акустичний рототрон). Точний розв'язок задачі одержано з використанням інтегрального перетворення Фур'є за часом. Обчислення інтеграла Фур'є здійснено за допомогою методу Ромберга. Виконано аналіз імпульсних механічних характеристик (радіального переміщення, напруженів і густини матеріалу) циліндра, виготовленого з армко-заліза та оточеного водою. Досліджено роль резонансного збудження радіальних осесиметричних коливань циліндра у формуванні структури імпульсів.

### ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В УПРУГОМ КРУГОВОМ ЦИЛИНДРЕ, ВРАЩАЮЩЕМСЯ ВОКРУГ СВОЕЙ ОСИ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Рассмотрены переходные процессы в упругом круговом цилиндре бесконечной длины, набирающем обороты из состояния покоя до некоторого значения угловой скорости и через некоторое время внезапно останавливающимся. В «крейсерском» режиме угловая скорость может быть постоянной либо колебаться с постоянной частотой. Предполагается, что цилиндр окружен идеальной сжимаемой жидкостью (газом), поэтому его можно рассматривать как излучатель звуковых импульсов вращательного типа (акустический рототрон). Точное решение задачи получено с использованием интегрального преобразования Фурье по времени. Вычисления интеграла Фурье осуществлены с помощью метода Ромберга. Выполнен анализ импульсных механических характеристик (радиального перемещения, напряжений и плотности материала) цилиндра, изготовленного из армко-железа и находящегося в воде. Исследована роль резонансного возбуждения радиальных осесимметричных колебаний цилиндра при формировании структуры импульсов.

### TRANSIENT PROCESSES IN ELASTIC CIRCULAR CYLINDER ROTATING ABOUT ITS AXIS IN ACOUSTIC MEDIUM

In this paper the transient processes in an elastic circular cylinder of infinite length gaining revolutions from the rest state to some value of angular velocity and after a short time stopping are considered. In 'cruised' regime the angular velocity can be constant or it oscillates with constant frequency. It is assumed that the cylinder is surrounded by ideal compressible liquid (gas), therefore it may be considered as the rotator type radiator of the sound pulses (acoustic rototron). The exact solution to this problem is obtained using the integral Fourier time transform. Calculation of the Fourier integral is carried out with the help of the Romberg's method. The pulse mechanical characteristics (the radial displacement, stresses and material density) of the cylinder, made of armko-iron and being in water, is analyzed. The role of resonance excitation of the radial axisymmetric vibrations of the cylinder during structural formation of pulses is investigated.

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,  
Політехніка Лодзька, Лодзь, Польща

Одержано  
20.06.06

УДК 534.232

Ю. М. Дудзінський<sup>1</sup>, О. В. Сухарьков<sup>2</sup>

## СПЕКТР ЗВУКУ, ГЕНЕРОВАНОГО ЗАНУРЕНОЮ ОСЕСИМЕТРИЧНОЮ СТРУМИННОЮ ОБОЛОНКОЮ

Розглянуто динаміку зануреної струминної оболонки як модель прямотечійних осесиметричних гідродинамічних випромінювачів акустичних хвиль. Отримано формулу для розрахунку спектру генерованого звуку як функцію геометричних і гідродинамічних параметрів кільцевого струменя. Це дозволяє одержати форму сигналу як функцію часу. Зіставлено чисельні розрахунки з результатами експериментів.

### СПЕКТР ЗВУКА, ГЕНЕРИРУЕМОГО ЗАТОПЛЕННОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СТРУЙНОЙ ОБОЛОЧКОЙ

Рассмотрена динамика затопленной струйной оболочки как модель прямоточных осесимметричных гидродинамических излучателей акустических волн. Получена формула для расчета спектра генерируемого звука как функции геометрических и гидродинамических параметров кольцевой струи. Это позволяет получить временные функции сигнала. Сопоставлены численные расчеты с результатами экспериментов.

### SPECTRUM OF SOUND GENERATED BY THE IMMersed AXIALLY SYMMETRIC JET SHELL

*Dynamics of the immersed jet shell as a model of direct-flow axially symmetric hydro-dynamical radiators of acoustic waves is considered. The formula for calculation of the spectrum of generated sound as function of geometric and hydrodynamic parameters of a ring jet is obtained. It allows us to obtain the form of signal as a time function. Numerical calculations are compared with the results of experiments.*

<sup>1</sup> Ін-т комп'ют. систем

Одеськ. нац. політехн. ун-ту, Одеса,

Одержано

<sup>2</sup> Одеськ. нац. акад. зв'язку ім. О. С. Попова, Одеса

19.10.06

Н. М. Щербина<sup>1</sup>, В. М. Трушевський<sup>2</sup>

## ЗАСТОСУВАННЯ МУЛЬТИСІТКОВОГО ІТЕРАЦІЙНОГО МЕТОДУ НА ШТУЧНИХ НЕЙРОМЕРЕЖАХ ДО СТАЦІОНАРНИХ ЗАДАЧ АДВЕКЦІЇ-ДИФУЗІЇ

Проведено дослідження стосовно ефективності застосування мультисіткового ітераційного нейронного методу до стаціонарних лінійних задач адве-кції-дифузії у випадку великого числа Пекле. Побудовано рекуррентну штучну нейронну мережу, яка реалізує мультисітковий метод. Архітектура ней-ронної мережі складається із субмережі прямого поширення, на кожному з шарів якої розміщені два шари кліткової субмережі. Навчання мережі полягає в мінімізації відхилення вихідного рівняння. Особливість чисельної реалізації побудованої мережі полягає в тому, що значна частина обчислень відбу-вається на грубіших сітках, що значно економить часової затрати та при-скорює збіжність до точного розв'язку. Зі збільшенням кількості нейронів точність розв'язку покращується. Наведено результати обчислювального експерименту.

### ПРИМЕНЕНИЕ МУЛЬТИСЕТОЧНОГО ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА НА ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОСЕТЯХ К СТАЦИОНАРНЫМ ЗАДАЧАМ АДВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ

Проведено исследование эффективности применения мультисеточного итераци-онного нейронного метода применительно к стационарным линейным задачам ад-векции-диффузии в случае большого числа Пекле. Построена рекуррентная иску-ственная нейронная сеть, реализующая мультисеточный метод. Архитектура нейронной сети состоит из субсети прямого распространения, на каждом из слов которой находятся два слоя клеточной субсети. Обучение сети заключает-ся в минимизации невязки исходного уравнения. Особенность численной реализаци-ации построенной сети состоит в том, что значительная часть вычислений вы-полняется на более крупных сетках, что существенно экономит время расчета и ускоряет сходимость к точному решению. С увеличением количества нейронов точность решения улучшается. Полученные результаты демонстрируют обоснованность мультисеточного итерационного метода на рекуррентных ис-кусственных нейронных сетях.

### APPLICATION OF MULTI-GRID ITERATIVE NEURAL NETWORKS FOR STATIONARY PROBLEMS OF ADVECTION-DIFFUSION

The study of efficiency of application of multi-grid iterative method, which utilises the recurrent artificial neural networks for solving the stationary problems of advection-diffusion has been made. A recurrent neural network has been constructed for imple-mentation of the multi-grid method, which was used for solving the linear boundary-value problem. The architecture of the presented neural network consists of a feed-for-ward sub-network where each layer contains two sub-layers that form a cell sub-net-work. The purpose of the neural network training is to minimize the discrepancy of the original equation, which describes the problem. The main feature of the proposed neural network is that the large part of computations is performed on the rough grids, which leads to shorter execution time and helps to increase the rate of convergence. It has been observed that the quality of the result increases with introduction of additional neurons. The numerical results obtained demonstrate the validity of the multi-grid iterative me-thod, which utilises the recurrent artificial neural networks.

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

<sup>2</sup> Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, м. Львів

Одержано  
20.03.06

## ВПЛИВ МЕХАНІЧНИХ КОЛІВАНЬ НА ПЕРЕНОС ДОМІШКОВ У ТВЕРДОМУ РОЗЧИНІ

Сформульовано взаємозв'язані рівняння механодифузії для бінарного твердого розчину, які враховують деформаційну залежність коефіцієнта дифузії домішки. З використанням часового осереднення, теорії розмірностей і методу асимптотичного розвинення за малим параметром побудовано розрахункову схему наближеного розв'язування сформульованої задачі вібродифузії для шару, яка реалізується у першому наближенні за малим параметром, що характеризує деформаційну залежність енергії активації. Проведено кількісне дослідження розв'язку та порівняння нульового і першого наближення.

### ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ НА ПЕРЕНОС ПРИМЕСЕЙ В ТВЕРДОМ РАСТВОРЕНІ

Сформулированы взаимосвязанные уравнения механодиффузии для бинарного твердого раствора, учитывающие деформационную зависимость коэффициента диффузии примеси. С использованием методов временного осреднения, теории размерности и асимптотического разложения по малому параметру построена расчетная схема приближенного решения сформулированной задачи вибродиффузии для слоя, которая реализуется в первом приближении по малому параметру, характеризующему деформационную зависимость энергии активации. Проведено количественное исследование решения и сравнение нулевого и первого приближений.

### MECHANICAL VIBRATION EFFECTS ON ADMIXTURES TRANSFER IN SOLID SOLUTION

The interrelated mechanodiffusion equations for binary solid taking into account deformation dependence of admixtures diffusion coefficient have been formulated. Calculation scheme of approximate solution of the vibrodifusion formulated problem for the layer has been constructed using time averaging, uniformity theory and asymptotic series method according to small parameter. This problem is solved in the first approach according to the small parameter which characterizes deformation dependence of activation energy.

Центр мат. моделювання  
Ін-ту прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
15.12.06

УДК 536.21

Ю. В. Немировский, А. П. Янковский

**АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ  
НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ СЛОИСТЫХ  
АНИЗОТРОПНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТИН ПРИ ГРАНИЧНЫХ  
УСЛОВИЯХ ВТОРОГО РОДА НА ЛИЦЕВЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ**

Построено внешнее асимптотическое разложение решения задачи нестационарной теплопроводности слоистых анизотропных неоднородных пластин при граничных условиях второго рода на лицевых поверхностях. Проанализированы получающиеся двумерные разрешающие уравнения и исследованы асимптотические свойства решений задачи теплопроводности. Получены оценки точности, с которой температуру в пластине за пределами пограничного слоя можно считать кусочно-линейно или кусочно-квадратично распределенной по толщине слоистой конструкции. Дано физическое обоснование некоторых особенностей асимптотического разложения температуры.

**АСИМПТОТИЧНИЙ АНАЛІЗ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ НЕСТАЦІОНАРНОЇ  
ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ШАРУВАТИХ АНІЗОТРОПНИХ НЕОДНОРІДНИХ ПЛАСТИН  
ПРИ КРАЙОВИХ УМОВАХ ДРУГОГО РОДУ НА ЛИЦЬОВИХ ПОВЕРХНЯХ**

Побудовано зовнішній асимптотичний розклад розв'язку задачі нестационарної теплопровідності шаруватих анізотропних неоднорідних пластин при краєвих умовах другого роду на лицьових поверхнях. Проаналізовано отримані двовимірні розв'язувальні рівняння і досліджено асимптотичні властивості розв'язків задачі теплопровідності. Отримано оцінки точності, з якою температуру в пластині за межами пограншару можна вважати кусково-лінійно або кусково-квадратично розподіленою по товщині шаруватої конструкції. Наведено фізичне обґрунтування деяких особливостей асимптотичного розкладу температури.

**ASYMPTOTIC ANALYSIS OF SOLUTION TO THE PROBLEM ON NON-STATIONARY HEAT CONDUCTION OF LAYERED ANISOTROPIC INHOMOGENEOUS PLATES UNDER SECOND ORDER BOUNDARY CONDITIONS ON RIGHT SURFACES**

*The external asymptotic expansion of solution to the problem on non-stationary heat conduction of the layered anisotropic inhomogeneous plates under second order boundary conditions on the right surfaces is constructed. The obtained bi-dimensional resolving equations are analyzed and asymptotic properties of solutions to the heat conduction problem are studied. Estimations of accuracy with which the temperature in the plate outside the boundary layer can be considered as piecewise-linearly or piecewise-quadratically distributed through the thickness of layered design are obtained. The physical substantiation of some features of asymptotic expansion of temperature is given.*

Ин-т теорет. и прикл. механики  
СО РАН, Новосибирск, Россия

Получено  
22.01.07

УДК 517.958:519.6

Д. М. Неспляк, І. С. Муха

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ НЕЛІНІЙНОЇ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ У ТОВСТОСТИННИХ СКЛАДЕНИХ ТІЛАХ

Досліджено наближений розв'язок нестационарної нелінійної задачі тепlopровідності у товстостінному тілі складної форми зі скісними зрізами. Теплоємність та коефіцієнт тепlopровідності тіла залежать від температури. За допомогою методу проміжної точки нестационарна краєва задача зводиться до послідовності стационарних. Чисельне розв'язування цих задач здійснюється методом скінченних елементів із використанням ізопараметрических апроксимацій та методу Ньютона – Рафсона. Наведено результати числового експерименту задачі про нагрів тіла складної форми.

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ТОЛСТОСТЕННЫХ СОСТАВНЫХ ТЕЛАХ

Исследовано приближенное решение нестационарной нелинейной задачи тепlopроводности в толстостенном теле сложной формы с косыми срезами. Теплоемкость и коэффициент тепlopроводности тела зависят от температуры. За методом промежуточной точки нестационарная краевая задача сводится к последовательности стационарных. Численное решение этих задач осуществляется с помощью метода конечных элементов с использованием изопараметрических аппроксимаций и метода Ньютона – Рафсона. Приведены результаты численного эксперимента для задачи о нагреве тела сложной формы.

### STUDY OF PROCESSES OF NON-LINEAR HEAT CONDUCTION IN THICK-WALLED SOLIDS OF COMPLICATED FORM

Approximate solution of non-stationary and non-linear heat conduction problem in a thick-walled solid of complicated form and with slanting cuts is studied. Heat capacity and heat conductivity depend on the temperature. By the middle point algorithm the non-stationary boundary-value problem is reduced to the sequence of stationary problems. Numerical solution of that type of problems is based on isoparametric approximations of finite element methods and Newton – Raphon's method. Numerical results for compound form solid heating are presented.

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
05.05.06

## ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ РУХУ ТА ПАРАМЕТРІВ ДВОЛАНКОВОГО МАНІПУЛЯТОРА З АКТИВНИМИ Й ПАСИВНИМИ ПРИВОДАМИ

Досліджується керований рух дволанкового маніпулятора у вертикальній площині, який виконує циклічну транспортну операцію під дією активних і пасивних приводів. Пасивні приводи подано як комбінацію лінійних пружин і демпферів. Сформульовано задачу оптимізації законів руху маніпулятора та конструкційних параметрів пасивних приводів. За цільовий функціонал вибрано енергозатрати на виконання циклічної транспортної операції. Розроблено алгоритм наближеного розв'язання задачі, який ґрунтуються на параметризації узагальнених координат маніпулятора множиною заданих функцій, використанні концепції обернених задач динаміки та чисельних процедур нелінійного математичного програмування

### ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ И ПАРАМЕТРОВ ДВУХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА С АКТИВНЫМИ И ПАССИВНЫМИ ПРИВОДАМИ

Исследуются управляемые движения двухзвенного манипулятора в вертикальной плоскости, выполняющего циклическую транспортную операцию под действием активных и пассивных приводов. Пассивные приводы представляются комбинацией линейных пружин и демпферов. Сформулирована задача оптимизации законов движения манипулятора и конструкционных параметров пассивных приводов. В качестве целевого функционала выбраны энергозатраты на выполнение транспортной операции. Разработан алгоритм приближенного решения задачи, основанный на параметризации обобщенных координат манипулятора множеством заданных функций и использовании концепции обратных задач динамики и численных методов нелинейного математического программирования.

### MOTION MODES AND PARAMETERS OPTIMIZATION OF TWO-LINK ACTIVELY AND PASSIVELY ACTUATED MANIPULATOR

The motion of a actively and passively actuated two-link manipulator performing the cyclic pick-and-place operations in the vertical plane has been investigated. Passive actuators have been modeled as non-inertial spring-damper-like actuators. The problem on the combined optimization of the motion of manipulator and spring and damper parameters has been formulated. An algorithm for approximate solution of this problem based on parameterization of generalized coordinates by a set of given functions, and on using the inverse dynamic problem method as well as numerical procedures of nonlinear mathematical programming has been developed.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

Одержано  
30.03.07