

УДК 539.3

Я. М. Григоренко, О. Я. Григоренко, Л. І. Захарійченко

## РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ І ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ З НЕКРУГОВИМ ПОПЕРЕЧНИМ ПЕРЕРІЗОМ НА ОСНОВІ СПЛАЙН-АПРОКСИМАЦІЇ

Для розв'язування двовимірних краївих задач про напруженено-деформований стан замкнүтих і відкритих оболонок змінної товщини при дїї нерівномірно розподілених і локальних навантажень для довільних видів закріплення країв запропоновано нетрадиційний підхід, що базується на сплайн-апроксимації розв'язків в одному координатному напрямку та розв'язанні отриманої одновимірної краївої задачі за допомогою стійкого чисельного методу дискретної ортогоналізації. Наведено результати розв'язання задач у вигляді графіків і таблиць.

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ И ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ С НЕКРУГОВЫМ ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ НА ОСНОВЕ СПЛАЙН-АПРОКСИМАЦИИ

Для решения двумерных краевых задач о напряженно-деформированном состоянии замкнутых и открытых некруговых цилиндрических оболочек переменной толщины при действии неравномерно распределенных и локальных нагрузок для произвольных видов закрепления краев предложен нетрадиционный подход, основанный на сплайн-апроксимации решения в одном координатном направлении и решении полученной одномерной краевой задачи с помощью устойчивого численного метода дискретной ортогонализации. Приведены результаты решения задачи в виде графиков и таблиц.

### SOLUTION OF PROBLEMS AND INVESTIGATION OF STRESS STATE OF NONCIRCULAR CYLINDRICAL VARIABLE THICKNESS SHELLS ON SPLINE-APPROXIMATION BASE

A non-standard approach is proposed for solution of two-dimensional boundary-value stress-strain problems for closed and open variable thickness cylindrical shells with arbitrarily fixed ends under non-uniformly distributed and local loadings. The approach is based on the spline-approximation of the solution in one coordinate direction and solving the one-dimensional boundary-value problem by the stable numerical method of discrete orthogonalization. The results obtained are presented in the form of plots and tables.

Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ

Одержано  
01.12.05

В. Т. Грінченко, Н. С. Городецька

## МЕТОД СУПЕРПОЗИЦІЇ СТОСОВНО ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕОДНОРІДНИХ ХВИЛЕВОДІВ

Метод суперпозиції розвинуто для розв'язування граничних задач динамічної теорії пружності, в яких поля напружень мають локальні сингулярності степеневого вигляду. Показник степеня таких сингулярностей визначається априорно на основі загальних властивостей полів напружень у пружсих тілах при наявності кутових точок на границі. На прикладі побудови розв'язку граничної задачі для неоднорідного хвилеводу показано зв'язок між асимптотичними властивостями невідомих алгебраїчної системи, до якої зводиться гранична задача, та локальною особливістю в кутовій точці. Наявність такого зв'язку використано з метою побудови ефективного алгоритму одержання кількісних оцінок характеристик хвильових полів. Запропонований метод може бути використано при розв'язуванні широкого кола граничних задач математичної фізики.

### МЕТОД СУПЕРПОЗИЦИИ ПРИМЕНЯТЕЛЬНО К ГРАНИЧНЫМ ЗАДАЧАМ В НЕОДНОРОДНЫХ ВОЛНОВОДАХ

Метод суперпозиции развит для решения граничных задач динамической теории упругости в полях напряжения которых существует локальная особенность степенного вида. Показатель степени таких сингулярностей определяется априорно на основе общих свойств полей напряжений в упругих телах при наличии угловых точек границы. На примере решения граничной задачи для неоднородного волновода показана связь между асимптотическими свойствами неизвестных алгебраической системы, к которой сводится граничная задача, и локальной особенностью в угловой точке. Существование такой связи использовано для построения эффективного алгоритма получения количественных оценок характеристик волновых полей. Предложенный метод может быть использован для решения широкого класса задач математической физики.

### METHOD OF SUPERPOSITION AS APPLIED TO BOUNDARY-VALUE PROBLEMS IN NON-REGULAR WAVEGUIDS

The method of superposition has been developed for solving the boundary problems of the dynamic elasticity theory. There are local power singularities of stress field. The exponent of such singularities is defined a priori on the basis of the general properties of stress fields in elastic bodies in the presence of angular points on the boundary. The connection between asymptotic properties of the unknown coefficients of algebraic system corresponding to the boundary problem and local singularity at angular point has been found. The boundary problem for non-regular waveguide has been considered. The existence of the connection is used for development of effective algorithm for obtaining the quantitative estimations of characteristics of the wave fields. The proposed method can be used for solving a wide class of problems of mathematical physics.

Ін-т гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано  
23.01.06

А. Ф. Улітко, М. А. Моргунов

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ТОНКОЙ УПРУГОЙ ПОЛОСЕ ПРИ ИЗГИБЕ

На примере задачи о контакте абсолютно жесткого диска с тонкой упругой полосой исследовано динамику изменения нормальных напряжений в области контакта с увеличением прикладываемой к диску силы, базируясь на точном решении задачи и соответствующем приближенном решении, построенном с использованием теории Герца – Тимошенко. Проведено сопоставление результатов, полученных с помощью точного и приближенного решений, которое обосновывает целесообразность использования гипотезы Герца – Тимошенко в контактной механике тонкостенных упругих элементов. Показано, что при достаточно больших значениях прикладываемой силы происходит отрыв полосы от диска в средине области контакта.

### ДОСЛІДЖЕННЯ КОНТАКТНИХ НАПРУЖЕНЬ У ТОНКІЙ ПРУЖНІЙ СМУЗІ ПРИ ЗГІНІ

На прикладі задачі про контакт абсолютно жорсткого диску з тонкою пружною смугою досліджено динаміку зміни нормальних напружень у зоні контакту зі збільшенням прикладеної до диску сили, базуючись на точному розв'язку задачі й відповідному наближеному розв'язку, побудованому з використанням теорії Герца – Тимошенка. Проведено співставлення результатів, одержаних за допомогою точного та наближеного розв'язків, що обґрунтует доцільність використання гіпотези Герца – Тимошенка в контактній механіці пружних тонкостінних елементів. Показано, що при досить великих значеннях прикладеної сили відбувається відрив смуги від диску всередині області контакту.

### INVESTIGATION OF CONTACT STRESSES IN THIN ELASTIC STRIP UNDER BENDING

Both the exact solution of the smooth contact between a rigid disc and a thin elastic strip under the specified external loads and the corresponding approximate solution based on the Hertz – Timoshenko theory has been constructed. The dynamics of changes of contact stresses depending on increasing the magnitude of the force for this problem has been investigated. Comparison of both solutions shows high accuracy of the approximate solution. This validates the advisability of using the Hertz – Timoshenko hypothesis in contact problems dedicated to thin-walled elastic substrates. It has been shown that under sufficiently large magnitudes of applied force a strip is undergoing tearing off from the stamp in the center of contact zone.

Киев нац. ун-т им. Тараса Шевченко, Киев

Получено  
21.01.06

УДК 539.3

С. А. Амбарцумян, М. В. Белубекян

## К ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫМ ЗАДАЧАМ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ СИЛ

В рамках известных допущений теории анизотропных пластин, путем осреднения уравнений теории упругости получены основные уравнения изгиба и устойчивости геометрически нелинейных трансверсально-изотропных пластин, находящихся под действием тангенциальных сил.

### ДО ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНИХ ПЛАСТИН ПІД ДІЄЮ ТАНГЕНЦІАЛЬНИХ СИЛ

У рамках відомих припущень теорії анізотропних пластин шляхом осереднення рівнянь теорії пружності отримано основні рівняння згину та стійкості геометрично нелінійних трансверсально-ізотропних пластин, які перебувають під дією тангенціальних сил.

### ON GEOMETRICALLY NON-LINEAR PROBLEMS OF TRANSVERSALLY ISOTROPIC PLATES UNDER TANGENTIAL FORCES

*Based on assumptions of the theory of anisotropic plates, averaging the equations of elasticity theory, the governing stability and bending equations are obtained for geometrically non-linear transversally isotropic plates under action of tangential forces.*

Ин-т механики НАН Армении, Ереван

Получено  
25.11.05

УДК 539.3

В. В. Мелешко<sup>1</sup>, Г. Я. Ф. ван Хейст<sup>2</sup>

## ЗМІШУВАННЯ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ У ПРЯМОКУТНІЙ ПОРОЖНІНІ

Розглядається класична двовимірна бігармонічна задача для прямокутної області. Метод суперпозиції виявляється ефективним для розв'язування задач прикладної механіки, що стосуються повільної течії в'язкої рідини у прямокутній порожнині під дією дотичних швидкостей, прикладених на її стінках. Метод ілюструється декількома прикладами.

### СМЕШИВАНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ

Рассматривается классическая двухмерная бигармоническая задача для прямоугольной области. Метод суперпозиции оказывается эффективным для решения задач прикладной механики, относящимся к медленному течению вязкой жидкости в прямоугольной полости под действием касательных скоростей, приложенных на ее стенках. Метод проиллюстрирован несколькими примерами.

### MIXING OF VISCOUS FLUID IN RECTANGULAR CAVITY

This paper addresses the classical two-dimensional biharmonic problem for a rectangular domain. The method of superposition is effective for solving the mechanical problems concerning creeping flow of viscous fluid set up in a rectangular cavity by tangential velocities applied along its walls. The method is illustrated by several examples.

<sup>1</sup> Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка, Київ,  
<sup>2</sup> Ейндховенський технолого. ун-т, Нідерланди

Одержано  
21.01.06

УДК 539.4

Ю. В. Немировский, А. П. Янковский

## ДИНАМИЧЕСКИЙ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ АРМИРОВАННЫХ СТЕРЖНЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Предложена вязкопластическая модель, в рамках которой сформулирована задача неупругого динамического изгиба стержней. Разработан метод численного интегрирования поставленной задачи, основанный на обобщении методов Рунге – Кутта. Проведено сравнение численных результатов с известными аналитическими решениями, полученными в рамках жесткопластической модели, показана их хорошая согласованность. Эффективность разработанного подхода продемонстрирована на расчетах неупругой динамики изотропных и армированных стержней постоянного и переменного поперечного сечения. Показано, что оптимальные при статическом нагружении стержни не всегда являются наилучшими и при динамическом воздействии.

### ДИНАМІЧНИЙ В'ЯЗКОПЛАСТИЧНИЙ ЗГИН АРМОВАНИХ СТЕРЖНІВ ЗМІННОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Запропоновано в'язкопластичну модель, у рамках якої сформульовано задачу непруженого динамічного згину стержнів. На основі узагальнення методів Рунге – Кутта розроблено метод числового інтегрування сформульованої задачі. Проведено порівняння числових результатів з відомими аналітичними розв'язками, отриманими в рамках жорсткопластичної моделі, показана їх добра узгодженість. Ефективність розробленого підходу проілюстровано на розрахунках непруженої динаміки ізотропних і армованих стержнів сталого та змінного поперечних перерізів. Показано, що оптимальні при статичному навантаженні стержні не завжди є найкращими і при динамічній дії.

### DYNAMIC VISCO-PLASTIC BENDING OF REINFORCED CORES WITH VARIABLE CROSS-SECTION

We present a visco-plastic model within the limits of which the problem on non-elastic dynamic bend of cores is formulated. The method of numerical integration of the problem in view, based on generalization of the Runge – Kutta methods is developed. Comparison of numerical results with the known analytical solutions obtained within the limits of a rigid-plastic of model is made, their good agreement is shown. Efficiency of the developed approach is shown on the calculations of non-elastic dynamics of the isotropic and reinforced cores of constant and variable cross-section. It is shown, that not always the optimum – at static loading – cores are the best at dynamic influence.

Ин-т теорет. и прикл. механики  
СО РАН, Новосибирск, Россия

Получено  
22.04.05

О. О. Золочевський, В. Л. Рвачов, С. М. Склепус

## ПОВЗУЧІСТЬ ПЛАСТИН НЕКАНОНІЧНОЇ ФОРМИ З МАТЕРІАЛІВ ІЗ АСИМЕТРІЄЮ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Досліджується повзучість тонких пластин складної форми із матеріалів з асиметрією властивостей, що знаходяться під дією навантажень у площині. Метод розв'язування базується на сумісному застосуванні варіаційно-структурного методу та методу Рунге – Кутта – Мерсона. Одержано структури роз'язку для основних типів краївих умов. Досліджено вплив типу навантаження на повзучість і тривалу міцність пластини з отворами.

### ПОЛЗУЧЕСТЬ ПЛАСТИН НЕКАНОНИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ИЗ МАТЕРИАЛОВ С АСИММЕТРИЕЙ СВОЙСТВ

Исследуется ползучесть тонких пластин сложной формы из материалов с асимметрией свойств, находящихся под действием нагружения сил в плоскости. Метод решения базируется на совместном применении вариационно-структурного метода и метода Рунге – Кутта – Мерсона. Построены структуры решения для основных типов граничных условий. Исследовано влияние вида нагружения на ползучесть и длительную прочность пластины с отверстиями.

### CREEP OF NON-CANONICAL FORM PLATES FROM MATERIALS WITH NON-SYMMETRIC PROPERTIES

A creep problem for thin plates of complex form from materials with non-symmetric properties under plane loading is considered. The method of solution is based on the joint using the variational-structural method and the Runge – Kutta – Merson method. The structures of solution for the main types of boundary conditions are obtained. The influence of loading type on creep behavior and long-time strength of the plate with holes is studied.

Ін-т проблем машинобудування  
ім. А. М. Підгорного НАН України, Харків

Одержано  
06.07.05

УДК 539.3

Я. Й. Бурак<sup>1</sup>, О. Р. Гачкевич<sup>1,3</sup>, Р. С. Мусій<sup>1,2</sup>

## ТЕРМОПРУЖНІСТЬ НЕФЕРОМАГНІТНИХ ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ ТІЛ ЗА УМОВ ДІЇ ІМПУЛЬСНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ

Запропоновано математичну модель опису та методику визначення термо-напруженого стану неферомагнітних електропровідних тіл за умов дії зовнішніх неусталених електромагнітних полів імпульсного типу, які мають характер широко використовуваного в інженерній практиці режиму з модуляцією амплітуди при імпульсному модулюючому сигналі. Модель є розвитком відомих з літератури моделей для квазіусталеного та імпульсного електромагнітних полів. Як приклад досліджено термомеханічну поведінку суцільного та порожнистого циліндрів за такої дії.

### ТЕРМОУПРУГОСТЬ НЕФЕРРОМАГНІТНИХ ЕЛЕКТРОПРОВОДНИХ ТЕЛ ПРИ ВОЗДЕЙСТВІИ ІМПУЛЬСНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛЕЙ

Предложена математическая модель описания и методика определения термоупругого состояния неферромагнитных электропроводных тел при воздействии внешних неустановившихся электромагнитных полей импульсного типа, имеющих характер широко используемого в инженерной практике режима с модуляцией амплитуды при импульсном модулирующем сигнале. Модель является развитием известных в литературе моделей для квазистабилизированного и импульсного электромагнитных полей. В качестве примера исследовано термомеханическое состояние сплошного и полого цилиндров при таком воздействии.

### THERMOELASTICITY OF NON-FERROMAGNETIC ELECTROCONDUCTING SOLIDS UNDER INFLUENCE OF PULSE ELECTROMAGNETIC FIELDS

A mathematical model for description and methodology for definition of thermo-stressed state of non-ferromagnetic solids which are influenced by external non-stationary electromagnetic fields of impulse type, which are widely used in engineering praxis, are presented. This model is the development of well-known models for quasi-stationary and impulse electromagnetic fields. As example, thermo-mechanical behavior of continuous and hollow cylinders during such influence is considered.

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

Одержано  
01.02.06

<sup>2</sup> Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,

<sup>3</sup> Політехніка Опольська, Ополе, Польща

УДК 539.3

В. Г. Карнаухов<sup>1</sup>, В. І. Козлов<sup>1</sup>, В. М. Січко<sup>2</sup>

## МОНОГАРМОНІЧНЕ НАБЛИЖЕННЯ В ЗАДАЧАХ ПРО НЕЛІНІЙНІ КОЛІВАННЯ І ДИСИПАТИВНИЙ РОЗІГРІВ НЕПРУЖНИХ ТІЛ

З використанням нелінійних моделей непружної поведінки матеріалів, скінченно-елементних методів розв'язування нелінійних краєвих задач та аналізу конкретних числових результатів обговорюється питання про одночастотні коливання і дисипативний розігрів непружніх тіл при моногармонічному навантаженні.

МОНОГАРМОНИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ЗАДАЧАХ О НЕЛИНЕЙНЫХ  
КОЛЕБАНИЯХ И ДИССИПАТИВНОМ РАЗОГРЕВЕ НЕУПРУГИХ ТЕЛ

С использованием нелинейных моделей неупругого поведения материалов, конечно-элементных методов решения нелинейных краевых задач и анализа конкретных числовых результатов обсуждается вопрос об одночастотных колебаниях и диссипативном разогреве неупругих тел при моногармоническом нагружении.

### MONOHARMONIC APPROXIMATION IN PROBLEMS OF NONLINEAR VIBRATIONS AND DISSIPATIVE HEATING OF INELASTIC BODIES

The question about one-frequency vibrations and dissipative heating of inelastic bodies under monoharmonic loading is considered using the nonlinear models of inelastic materials, finite-element method and analysis of numerical results.

<sup>1</sup> Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ,

Одержано  
07.02.06

<sup>2</sup> Миколаїв. держ. ун-т  
ім. В. О. Сухомлинського, Миколаїв

## МОДЕЛЬ ВЗАЄМОПРОНИКНИХ КОНТИНУУМІВ І ТЕРМОДИНАМІКА ДЕФОРМУВАННЯ НАПІВПРОВІДНИКІВ

У рамках теорії взаємопроникних континуумів, використовуючи уявлення зонної теорії провідності твердих тіл, отримано основні термодинамічні співвідношення для напівпровідників, легованіх декількома донорними та акцепторними домішками. На цій основі встановлено параметри локального термодинамічного стану, що відповідають процесам деформації, тепlopровідності, електропровідності й генерації-рекомбінації вільних носіїв струму.

### МОДЕЛЬ ВЗАЄМОПРОНИКАЮЩИХ КОНТИНУУМОВ И ТЕРМОДИНАМИКА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

В рамках модели взаимопроникающих континуумов, используя представления зонной теории проводимости твердых тел, получены основные термодинамические соотношения для полупроводников, легированных несколькими донорными и акцепторными примесями. На этой основе установлены параметры локального термодинамического состояния, соответствующие процессам деформации, теплопроводности, электропроводности и генерации-рекомбинации свободных носителей тока.

### MODEL OF INTERPENETRATING CONTINUA AND THERMODYNAMICS OF DEFORMATION OF SEMICONDUCTORS

Within the framework of the model of interpenetrating continua using the concepts of the zone theory of conductivity of solids the basic thermodynamic relations for semiconductors doped by donor and acceptor impurities have been obtained. On this bases the parameters of local thermodynamic state corresponding to the processes of deformation, thermal conductivity, electric conductivity and free current carriers generation-recombination have been established.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
21.02.06

УДК 539.3

О. В. Комаров, В. В. Лобода

## РУХ ЕЛЕКТРОІЗОЛЬОВАНОЇ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ З ДОКРИТИЧНОЮ ШВИДКІСТЮ У П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ БІМАТЕРІАЛЬНОМУ ПРОСТОРІ

Вивчається рух електроізольованої тріщини по межі поділу матеріалів у просторі, що складається з двох різних п'єзоелектричних півпросторів. Ліва вершина тріщини вважається відкритою, натомість біля правої вершини виникає зона контакту. Тertia між берегами тріщини відсутнє. Тріщина рухається з усталеною швидкістю разом із прикладеними до берегів зосередженими електричними і механічними навантаженнями. У процесі розв'язування отримано трансцендентне рівняння для визначення зони контакту, яке розв'язано чисельно, а також вирази для коефіцієнтів інтенсивності напруження. Окрім того, проведено порівняльний аналіз ділянок контакту та швидкостей вивільнення енергії для тріщин скінченої та напів нескінченої довжини.

### ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОИЗОЛИРОВАННОЙ МЕЖФАЗНОЙ ТРЕЩИНЫ С ДОКРИТИЧЕСКОЙ СКОРОСТЬЮ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ БИМАТЕРИАЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В работе рассмотрено движение электроизолированной трещины по границе раздела материалов в пространстве, которое состоит из двух различных пьезоэлектрических полупространств. Левая вершина трещины считается открытой, в то время как возле правой вершины есть зона контакта, трение между берегами которой считается отсутствующим. Трещина движется с установленнойся скоростью вместе с приложенными к берегам сосредоточенными электрической и механической нагрузками. В процессе решения получены трансцендентные уравнения для определения зон контакта, которые решены численно, а также выражения для коэффициентов интенсивности напряжений и электрической индукции. Особое внимание уделено скорости освобождения энергии в окрестности правой вершины трещины. Проведен сравнительный анализ для трещины конечной длины и полу бесконечной трещины.

### ON MOVING IMPERMEABLE INTERFACE CRACK WITH CONSTANT SUBSONIC VELOCITY IN PIEZOELECTRIC BIMATERIAL

A problem for an impermeable crack moving along the interface of two dissimilar piezoelectric materials is considered. A mechanically frictionless and electrically permeable contact zone is assumed at the right crack tip whilst another part of the crack is open. The crack moves with constant velocity together with concentrated loading and electrical charge, which are prescribed at the crack faces. The transcendental equation for determination of the real contact zone length is solved numerically, and both stress and electrical displacement intensity factors are derived. Special attention is devoted to the problem of the energy release rate at the right crack tip. A comparative analysis is given for a finite length crack and for a semi-infinite crack.

Дніпропетр. нац. ун-т, Дніпропетровськ

Одержано  
14.11.05

УДК 539.3

Д. В. Гриліцький<sup>1</sup>, Г. Т. Сулим<sup>1</sup>, Б. С. Білан<sup>2</sup>

## СТАТИЧНА ТЕРМОПРУЖНА РІВНОВАГА ДВОШАРОВОЇ $m$ -КУТНОЇ ТРУБИ ЗА ЇЇ ОБТИСКАННЯ І ФРИКЦІЙНОГО НАГРІВАННЯ

Сформульовано постановку та побудовано наближений розв'язок плоскої статичної гранично-контактної термоопружної задачі для двошарової  $m$ -кутної труби, яка перебуває під дією фрикційного температурного поля і рівномірно розподілених стискувальних нормальніх напружень на бічних поверхнях за умови, що механічні та теплофізичні характеристики матеріалів не залежать від температури. Внутрішня труба є круговою осесиметричною, зовнішня поверхня зовнішньої труби в поперечному перерізі має форму  $m$ -кутника з заокругленими кутами. Задачу розв'язано методом малого параметра з урахуванням членів до третього порядку малості.

### СТАТИЧЕСКОЕ ТЕРМОУПРУГОЕ РАВНОВЕСИЕ ДВУХСЛОЙНОЙ $m$ -УГОЛЬНОЙ ТРУБЫ ПРИ ОБЖАТИИ И ФРИКЦИОННОМ НАГРЕВЕ

Сформулирована постановка и построено приближенное решение плоской статической гранично-контактной термоупругой задачи для двухслойной  $m$ -угольной трубы, находящейся под действием фрикционного температурного поля и равномерно распределенных сжимающих нормальных напряжений на боковых поверхностях при условии, что механические и теплофизические характеристики материалов не зависят от температуры. Внутренняя труба – круговая осесимметричная; внешняя поверхность внешней трубы в поперечном сечении имеет форму  $m$ -угольника с заокругленными углами. Задача решена методом малого параметра с учетом членов до третьего порядка малости.

### STATIC THERMOELASTIC EQUILIBRIUM OF TWO-LAYER $m$ -GON PIPE AT COMPRESSION AND CONTACT HEATING

The formulation and corresponding approximate solution to the plane static boundary contact thermoplastic problem for two-layer  $m$ -gon tube is presented. It is assumed that a cylindrical system is under the temperature field and given normal stresses which are uniformly distributed on the lateral surfaces. The mechanical and thermo-physical properties of materials are temperature-independent. The internal tube is circular axially symmetric, the external surface of external tube has the form of  $m$ -angle with rounded angles. The problem is solved by the method of small parameter with regard for three-order terms.

<sup>1</sup> Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів,

Одержано

<sup>2</sup> Нац. ун-т водного госп-ва

09.06.05

та природокористування, Рівне

УДК 539.3

В. Л. Богданов

## ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАДАЧ ЛИНЕАРИЗИРОВАННОЙ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ ТЕЛА С ДВУМЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ТРЕЩИНАМИ

Для случая двух параллельных дискообразных трещин в бесконечном материале проведено исследование двух неклассических механизмов разрушения – разрушения тела с начальными (остаточными) напряжениями и разрушения материала при сжатии вдоль трещин. В рамках трехмерной линеаризованной механики деформируемого твердого тела выполнена постановка задач и получены разрешающие системы интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Приведены выражения коэффициентов интенсивности напряжений для случая трещин нормального отрыва.

### ПРО ДОСЛІДЖЕННЯ ОСЕСИММЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ ЛІНЕАРИЗОВАНОЇ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ ДЛЯ ТІЛА З ДВОМА ПАРАЛЕЛЬНИМИ ТРИЩИНAMI

Для випадку двох паралельних дископодібних тріщин в нескінченному матеріалі досліджено два некласичні механізми руйнування – руйнування тіла з початковими (залишковими) напруженнями та руйнування матеріалу при стисканні вздовж тріщин. В рамках тривимірної лінеаризованої механіки деформівного твердого тіла здійснено постановку задачі та отримано розв'язувальні інтегральні рівняння Фредгольма другого роду. Наведено вирази для коефіцієнтів інтенсивності напружень у випадку тріщин нормального відриву.

### ON INVESTIGATION OF AXIALLY SYMMETRIC PROBLEMS OF LINEARIZED FRACTURE MECHANICS FOR A SOLID CONTAINING TWO PARALLEL CRACKS

In this paper the problems for two parallel penny-shaped cracks in an infinite solid are considered. The analysis involves two non-classical mechanisms of fracture, namely, the fracture of solids with initial (residual) stresses and fracture of materials under compression along the cracks. Statement of the problems is formulated and the Fredholm second-kind integral equations are obtained. The representations of the stress intensity factors for the cracks under tension are given.

Ин-т механики им. С. П. Тимошенко  
НАН Украины, Киев

Получено  
01.02.06

УДК 539.375

Р. М. Кушнір, М. М. Николишин, М. Й. Ростун

## ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНА СФЕРИЧНА ОБОЛОНКА З СИСТЕМОЮ ДОВІЛЬНО ОРІЄНТОВАНИХ ТРІЩИН

Задача про граничну рівновагу сферичної оболонки з довільно розміщеними прямолінійними в плані наскрізними тріщинами зведена до системи сингулярних інтегральних рівнянь, яка розв'язана чисельно сумісно з умовами обмеженості зусиль і моментів біля тріщин та умовами пластичності тонких оболонок. Як приклад розглянуто оболонку з чотирма тріщинами.

### УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКАЯ СФЕРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА С СИСТЕМОЙ ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ ТРЕЩИН

Задача о предельном равновесии сферической оболочки с произвольно размещенными прямолинейными в плане сквозными трещинами сведена к системе сингулярных интегральных уравнений, которая решена численно совместно с условиями ограниченности усилий и моментов возле трещин и условиями пластичности тонких оболочек. В качестве примера рассмотрена оболочка с четырьмя трещинами.

### ELASTICO-PLASTIC SPHERICAL SHELL WITH A SYSTEM OF ARBITRARILY LOCATED CRACKS

The problem on limit equilibrium of a spherical shell with arbitrarily located rectilinear (in plane) through cracks is reduced to a system of singular integral equations. The system is solved numerically under the boundedness conditions for forces and moments near the cracks and plasticity conditions for thin shells. As an example the shell with four cracks is analysed.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
01.02.06

УДК 539.3

Р. М. Мартиняк, Б. С. Слободян

## ВЗАЄМОДІЯ ДВОХ ТІЛ ЗА НАЯВНОСТІ КАПІЛЯРІВ У МІЖКОНТАКТНОМУ ЗАЗОРІ

Змодельовано взаємодію пружних півпросторів за наявності в міжконтактному зазорі, зумовленому виїмкою на поверхні одного з тіл, нестисливої рідини, що утворює меніски на краях зазору, та дії тиску газу в середній його частині. При формулюванні контактної задачі для такої структури враховано поверхневий натяг рідини, стрибок тисків на межі рідини й газу, трансформацію зазору і зміну довжини капілярів під час навантаження. Розв'язок задачі подано через функцію висоти зазору, а для її визначення отримано сингулярне інтегральне рівняння, яке розв'язано аналітично. З умови обмеженості розв'язку цього інтегрального рівняння і з умовою збереження кількості рідини в капілярах отримано систему трансцендентних рівнянь для визначення довжин зазору та капілярів. На графіках проілюстровано залежність довжини та форми зазору від навантаження, залежність перепаду тисків у капілярах та в газі від довжини зазору.

### ВЗАЙМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ТЕЛ ПРИ НАЛИЧИИ КАПИЛЛЯРОВ В МЕЖКОНТАКТНОМ ЗАЗОРЕ

Смоделировано взаимодействие упругих полупространств при наличии в межконтактном зазоре, обусловленном выемкой на поверхности одного из тел, несжимаемой жидкости, образующей мениски на краях зазора, и давления газа в средней его части. При формулировке контактной задачи для такой структуры учтены поверхностное натяжение жидкости, скачок давления на границе жидкости и газа, трансформация зазора и изменение длины капилляров при изменении нагрузки. Решение задачи представлено через функцию высоты зазора. Для ее определения получено сингулярное интегральное уравнение, которое решено аналитически. Из условий ограниченности решения этого интегрального уравнения и сохранения количества жидкости в капиллярах получена система трансцендентных уравнений для определения длин зазора и капилляров. На графиках проиллюстрирована зависимость длины и формы зазора от нагрузки, зависимость перепада давления в капилляре и газе от длины зазора.

### INTERACTION OF TWO BODIES IN CASE OF CAPILLARIES IN INTERCONTACT GAP

Interaction of elastic half-spaces in the case of an intercontact gap, caused by a coulisse on the surface of one of the bodies, incompressible liquid forming meniscuses on the edges of the gap, and of gas pressure action in its middle part is modelled. At the contact problem definition for such a structure the surface tension of liquid, pressure jump on the verge of the liquid and gas, transformation of the gap and change of the capillaries length at loading are taken into account. The solution to the problem is given through the function of the gap height, and for its determination a singular integral equation solved analytically is obtained. Due to limitation of the solution to singular integral equation and because of preservation of the amount of liquid in the capillaries, a system of transcendent equations is derived for determination of the gap and capillaries lengths. The dependence of the gap length and form on loading, and the dependence of jump pressure in a capillary and gas on the gap length are illustrated.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстрігача НАН України, Львів

Одержано  
21.12.05

УДК 539.3

Л. А. Фильшинский, В. Н. Кобзарь

## ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА СВЯЗАННОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ ПЛАСТИН С ОТВЕРСТИЯМИ

Предложен метод решения двумерных внутренних и внешних граничных задач связанный термоупругости, основывающийся на построенных фундаментальных решениях соответствующих уравнений.

### ПЛОСКА ЗАДАЧА ЗВ'ЯЗАНОЇ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ПЛАСТИН З ОТВОРАМИ

Запропоновано метод розв'язування двовимірних внутрішніх і зовнішніх граничних задач зв'язаної термопружності, який ґрунтується на побудованих фундаментальних розв'язках відповідних рівнянь.

### PLANE PROBLEM OF COUPLED THERMOELASTICITY FOR PLATES WITH HOLES

The method for solution of two-dimensional inner and outer boundary problems of coupled thermoelasticity is proposed. It is based on the constructed fundamental solutions of the corresponding equations.

Сумськ. гос. ун-т, Суми

Получено  
11.10.05

J. Kubik, Z. Perkowski

## RECIPROCITY THEOREM FOR MECHANICAL PROBLEM IN BRITTLE DAMAGED BODY WITH THERMAL DISTORTION

*The initial-boundary problem of mechanics is formulated in the paper in an incremental version for a viscoelastic-brittle damaged medium with thermal distortion. Next, the reciprocity theorem is derived for the stated problem. A way of calculation of the global damage parameter for the body is formulated on the basis of a special case of the theorem. The problem is also illustrated by the numerical example.*

### ТЕОРЕМА ВЗАЄМНОСТІ ЗАДАЧІ МЕХАНІКИ ДЛЯ КРИХКО ПОШКОДЖЕНОГО ТІЛА З ТЕРМІЧНИМИ ДИСТОРСІЯМИ

У термінах приростів розглянуто крайову задачу механіки для в'язкопружного тіла з крихкими пошкодженнями й термічними дисторсіями. Для таких тіл сформульовано теорему взаємності робіт. На основі часткового випадку цього твердження отримано формулу, яка дозволяє обчислювати глобальний параметр пошкодження. Наведено числовий приклад розвитку мікропошкоджень в прямокутнику з центральним макродефектом за цикличного нагрівання.

### ТЕОРЕМА ВЗАЙМНОСТИ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ДЛЯ ХРУПКО ПОВРЕЖДЕННОГО ТЕЛА С ТЕРМИЧЕСКИМИ ДИСТОРСИЯМИ

В терминах приращений рассмотрена краевая задача механики для вязкоупругого тела с хрупкими повреждениями и термическими дисторсиями. Для таких тел сформулирована теорема взаимности работ. На основе частного случая этого утверждения получена формула, позволяющая определить глобальный параметр повреждения. Приведен числовой пример развития микротрещин в прямоугольнике с центральным макродефектом при циклическом нагревании.

Politechnika Opolska, Opole, Polish

Received  
21.01.06

УДК 539.370

М. Ю. Швайко, М. М. Фількевич

## АНАЛІТИЧНЕ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕФОРМАЦІЇ СТАЛІ-45 ПРИ СКЛАДНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Вивчається можливість використання варіантів теорії ковзання [2] і [5] для опису одержаної в експерименті [2] немонотонної деформації сталі-45 при навантаженні по дволанкових траекторіях (растяг з крученням тонкостінної трубки). Співставлення експериментальних і теоретичних даних підтверджує перевагу варіанта теорії пластичності [5]. У порівнянні з [2] ця перевага проявляється як при складному, так і при простому навантаженні, особливо в межах малих пластичних деформацій, сумірних з пружними на граници текучості.

### АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ СТАЛИ-45 ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

Исследуется возможность использования вариантов теории скольжения [2] и [5] для описания немонотонной деформации стали-45 при нагружении по двухзвенными траекториям (растяжение с кручением тонкостенной трубы). Сопоставление экспериментальных и теоретических данных подтверждает некоторое преимущество варианта теории пластичности [5]. Это преимущество проявляется в условиях как сложного, так и простого нагружения, особенно в пределах малых пластических деформаций, соизмеримых с упругими на границе текучести.

### ANALYTICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF DEFORMATION OF STEEL-45 UNDER COMPLEX LOADING

Potentialities of the sliding theory versions [2, 5] for description the steel 45 non-monotonous deformation under loading along two-linked trajectories (tension-torsion of the thin-walled tube) are studied. The advantage of version [5] is confirmed confronting the experimental data to the theoretical ones. This advantage becomes apparent both under complex and simple loading, especially within small plastic strains comparable to elastic strains on the yield limit.

Дніпропетр. нац. ун-т, Дніпропетровськ

Одержано  
11.01.06

О. П. Піддубняк, Н. Г. Піддубняк

## АНАЛІЗ ПРУЖНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КРУГОВОГО ЦИЛІНДРА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ З НЕСТАЛОЮ КУТОВОЮ ШВИДКІСТЮ В АКУСТИЧНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Вивчається площинний деформований стан пружного кругового циліндра, що обертається навколо своєї осі симетрії зі змінною кутовою швидкістю. Вважається, що циліндр оточений ідеальною стисливою рідиною (газом). Точний розв'язок задачі одержано з використанням інтегрального перетворення Фур'є за часом. Обчислення виконано для випадку обертання у воді циліндра, виготовленого з армко-заліза. Проаналізовано спектральні хвильові характеристики для переміщень і напружень. Для випадку коливань кутової швидкості за монохроматичним законом досліджено умови резонансного підсилення амплітуд радіального переміщення і компонент тензора напружень у пружному циліндрі.

### АНАЛИЗ УПРУГО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА, ВРАЩАЮЩЕГОСЯ С НЕПОСТОЯННОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТЬЮ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Изучается плоское деформированное состояние упругого кругового цилиндра, вращающегося вокруг своей оси симметрии с переменной угловой скоростью. Предполагается, что цилиндр окружен идеальной сжимаемой жидкостью (газом). Точное решение задачи получено с использованием интегрального преобразования Фурье по времени. Вычисления выполнены для случая вращения в воде цилиндра, изготовленного из армко-железа. Выполнен анализ спектральных волновых характеристик для радиальных смещений и радиальных, кольцевых и осевых напряжений. Для случая монохроматических колебаний угловой скорости исследованы условия резонансного усиления амплитуд радиального смещения и компонент тензора напряжений в упругом цилиндре.

### ANALYSIS OF STRAIN-STRESS STATE OF CIRCULAR CYLINDER ROTATING IN ACOUSTIC MEDIUM WITH NON-CONSTANT ANGULAR VELOCITY

A plane strain-state of an elastic circular cylinder of infinite length rotating about its axis of symmetry with a non-uniform angular velocity is studied. We assumed that the cylinder is surrounded by an ideal compressible non-viscous fluid (gas). The exact solution of this hydro-elasticity problem is obtained applying the Fourier transform over time. Calculations are carried out for the case of rotation the Armco iron cylinder immersed in water. The spectral wave characteristics for the displacements and stresses are analyzed. The conditions of resonance amplitudes intensification of a radial displacement and stress tensor components in an elastic cylinder for the case of monochromatic oscillation of angular velocity are investigated.

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,  
Політехніка Лодзька, Польща

Одержано  
04.07.05

УДК 517.958

В. Н. Сущ

## ДИСКРЕТНІ МОДЕЛІ ОПЕРАТОРІВ, ЯКІ ПОРОДЖУЮТЬСЯ РІВНЯННЯМИ ЯНГА – МІЛЛСА НА 4-ВИМІРНОМУ ТОРІ

Збудовано дискретні аналоги рівнянь Янга – Міллса, оператора зовнішнього коваріантного диференціювання та спряженого з ним оператора на комбінаторному 4-вимірному торі. Доведено самоспряженість дискретного аналога оператора типу лапласіана.

ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ ОПЕРАТОРОВ, ПОРОЖДАЕМЫЕ УРАВНЕНИЯМИ  
ЯНГА – МИЛЛСА НА 4-МЕРНОМ ТОРЕ

Построены дискретные аналоги уравнений Янга – Миллса, оператора внешнего ковариантного дифференцирования и сопряженного с ним оператора на комбинаторном 4-мерном торе. Доказано самосопряженность дискретного аналога оператора типа лапласиана.

DISCRETE MODELS OF OPERATORS GENERATED BY THE YANG – MILLS  
EQUATIONS ON 4-DIMENSIONAL TORUS

The discrete analogs of the Yang – Mills equations, of the exterior covariant differential operator, and of the adjoint operator of one are constructed on the combinatorial 4-dimensional torus. Self-adjointness of a discrete analog of the Laplace type operator is proved.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,  
Політехніка Кошалінська, Кошалін, Польща

Одержано  
27.12.05