

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ СФЕРИЧНОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ

Юрій Жбадинський

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, e-mail: zhbadiuk@gmail.com

Розглянемо сферичну антенну решітку, елементи якої розміщено на верхній півсфері. Позиції окремих елементів визначаються індексами mn , де індекс m відповідає куту піднесення θ_m , а n – азимутальному куту φ_n . Координати mn -го елемента є (a, θ_m, φ_n) , де a – радіус сфери. Основною характеристикою випромінювання решітки є діаграма спрямованості (ДС), яка в точці P дальньої зони визначається формулою [1]

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{m=q}^M \sum_{n=1}^{N_m} I_{mn} e^{i\psi_{mn}} e^{ik \cos \xi_{mn}(\theta, \varphi)}, \quad (1)$$

де I_{mn} – амплітуда струму в mn -му елементі, ψ_{mn} – фаза струму, ξ_{mn} – кут, який визначається положеннями точок P і mn -го елемента, k – хвильове число вільного простору.

Як правило, значення ДС розглядаються в певних фіксованих точках (θ_0, φ_0) простору. Для того, щоб значення ДС в цій точці було максимальним, окремі елементи решітки мати однакові фази, тоді ДС приймає вигляд

$$f(\theta_0, \varphi_0) = \sum_{m=q}^M \sum_{n=1}^{N_m} I_{mn}. \quad (2)$$

Для того, щоб задовольнити рівняння (2), фази mn -го елемента повинні визначатися як [1]

$$\psi_{mn} = -ka \cos[\xi_{mn}(\theta_0, \varphi_0)]. \quad (3)$$

Підставивши умову (3) в (1), ми отримаємо формулу для ДС в довільній точці, віднесеній до точки максимуму головної пелюстки, спрямованої в точку (θ_0, φ_0) .

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2026»,
27–29 травня 2026 р., Львів**

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{m=q}^M \sum_{n=1}^{N_m} I_{mn} e^{ika[\cos \xi_{mn}(\theta, \varphi) - \cos \xi_{mn}(\theta_0, \varphi_0)]}, \quad (4)$$

де кути θ_0, φ_0 містяться в ψ_{mn} .

Як правило, у багатьох реальних задачах кількість елементів у решітці може досягати декількох тисяч. З метою спростити і пришвидшити обчислення значень ДС, із застосуванням певних припущень, ДС (4) зводять до добутку двох незалежних величин

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{m=1}^M e^{ika \cos \theta_m (\cos \theta - \cos \theta_0)} \times \sum_{n=1}^{N_m} e^{ika \rho \sin \theta_m \cos(\varphi_n - \alpha)}, \quad (5)$$

де в кожному доданку сумування відбувається тільки за одним індексом, що суттєво скорочує загальний час обчислень.

Як правило, при розгляді антенних решіток виникають задачі синтезу (обернені задачі), в яких за заданими характеристиками ДС необхідно знайти розподіл струмів I_{mn} . Таку задачу найбільш зручно розглядати у варіаційній постановці, що зводиться до задачі пошуку мінімуму наступного функціоналу

$$\sigma = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} (F(\theta, \varphi) - |f(\theta, \varphi)|)^2 d\theta d\varphi + \alpha \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M(n)}^{m=M(n)} |I_{nm}|^2, \quad (6)$$

де $F(\theta, \varphi)$ – задана амплітудна ДС, $|f(\theta, \varphi)|$ – амплітуди ДС решітки, вирахована за формулою (5), α – додатковий оптимізаційний параметр.

Мінімізація функціоналу (6) зводиться до розв'язання відповідного рівняння Ейлера, або застосовується безпосередньо градієнтний метод знаходження струмів I_{mn} . Результати числового моделювання буде наведено для решітки з фіксованими геометричними параметрами.

1. *Balanis C. A. Antenna theory: analysis and design. 3rd ed., Hoboken, NJ: WILEY-Interscience, 2005.*

OPTIMIZATION OF PARAMETERS OF THE SPHERICAL ANTENNA ARRAY

The explicit simplified formula for the radiation pattern (RP) of spherical antenna array I reduced to optimize the calculation for the optimization problem. The optimization problem is considered in the variational formulation and consists of minimization of functional presenting the mean-square deviation of the desired amplitude and created by array RPs. The additional term in functional allows to minimize the norm of currents in the array elements that is one of requirements of the practical engineering applications.