

ДИНАМІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ЦІНОУТВОРЕННЯ ПІДПИСКОВИХ СЕРВІСІВ ЗА ПАРАМЕТРАМИ ЕЛАСТИЧНОСТІ ТА ЗАЦІКАВЛЕНОСТІ

Андрій Яворовський

НУ «Львівська політехніка», andrii.yavorovskiy.pm.2022@lpnu.ua

В роботі побудовано та детально досліджено математичну модель динамічного ціноутворення для додатків із підписковою моделлю монетизації.

Динаміка системи описується нелінійною системою двох звичайних диференціальних рівнянь, що враховує залежність кількості підписників $N = N(t)$ та рівня їхньої залученості $E = E(t)$ від ціни підписки p .

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = \alpha E^\gamma p^{-\varepsilon} - C(p, E)N, \\ \frac{dE}{dt} = aN - bE, \end{cases} \quad (1)$$

де $\alpha > 0$ – масштабуючий коефіцієнт; $\gamma > 0$ – еластичність залучення за рівнем залученості; $\varepsilon > 0$ – еластичність залучення за ціною (від’ємний показник степеня відображає зворотний вплив ціни на залучення); $a > 0$ – коефіцієнт впливу кількості підписників на замученість (мережевий ефект); $b > 0$ – коефіцієнт природного затухання залученості; $C(p, E)$ – інтенсивність відтоку підписників, яку вважаємо або лінійною

$$C(p, E) = h(t) = c_0 + c_1 p - c_2 E, \quad c_0, c_1, c_2 > 0, \quad (2)$$

Або що вона має логістичний характер

$$C(p, E) = \frac{c_{\max}}{1 + \exp(-h(t))}, \quad (3)$$

де $h(t)$ – визначена у (2).

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2026»,
27–29 травня 2026 р., Львів**

Для системи (1), (4) розглядаємо задачу оптимального керування ціною p відповідно до критерію максимізацію прибутку

$$J = \int_0^T p(t)N(t)e^{-rt} dt \rightarrow \max, \quad (4)$$

де r – ставка дисконтування, що відображає зміну в часі вартості грошей, з початковими умовами

$$E(0) = E_0, \quad N(0) = N_0. \quad (5)$$

Для задачі (1), (4), (5) проведено аналіз стаціонарних станів системи (1) та чисельно ітераційним методом прямого-зворотного зсуву розв’язано задачу оптимального керування

Розроблено інтерактивний веб-додаток для проведення обчислень за моделлю, який дозволяє в реальному часі досліджувати динаміку при варіюванні параметрів

**DYNAMIC MODELING AND PRICING OPTIMIZATION OF
SUBSCRIPTION SERVICES BASED ON ELASTICITY AND
ENGAGEMENT PARAMETERS**

We construct and investigate in depth a mathematical model of dynamic pricing for applications with a subscription-based monetization model. The system dynamics is described by a nonlinear system of two ordinary differential equations that captures the dependence of the number of subscribers and the level of their engagement on the subscription price. An interactive web application has been developed to perform calculations under the model in real time as parameters are varied.