

ТЕПЛОВИЙ СТАН ДВОХСКЛАДОВОГО ТЕРМОЧУТЛИВОГО ПРОСТОРУ З ПЛОСКИМИ ІМПУЛЬСНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ТЕПЛА ЗА КВАДРАТИЧНОЇ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ КОЕФІЦІЄНТІВ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Володимир Шуфляк

ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, v.shufliak@gmail.com

У праці [3] досліджено нестационарне температурне поле двохскладового простору, зумовлене плоскими імпульсними джерелами тепла з коефіцієнтами теплопровідності півпросторів $\lambda_{ti}(t_i) = \lambda_t^{(i)} \Lambda_i(t_i)$, де $\Lambda_i(t_i)$ – лінійні функції, а $\lambda_t^{(i)}$ – відповідна розмірна стала. Ця робота присвячена побудові розв’язку відповідної задачі за квадратичної температурної залежності коефіцієнтів теплопровідності.

Застосовуючи метод функцій Гріна[1], розв’язок задачі на змінні Кірхгофа $\theta_i(z, Fo)$ подаємо у вигляді:

$$\theta_i(z, Fo) = \theta_{i1}^{(w)} + \theta_{i2}^{(w)} + \bar{\lambda}_t^{(2)} \int_0^{Fo} \frac{\partial G_{i2}(z, \zeta, Fo - \xi)}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} F_2(\xi) d\xi, \quad (1)$$

де $G_{i2}, \theta_{i1}^{(w)}, \theta_{i2}^{(w)}$ визначаються аналогічно як у [3], а при $\Lambda_i(t) = c_i + b_i t + a_i t^2$, вираз для $F_2(Fo)$ має вигляд

$$F_2(Fo) = \theta_2(0, Fo) - \bar{c}_1 \bar{t}_2(0, Fo) - \bar{b}_1 \bar{t}_2^2(0, Fo) \cdot t_s - \bar{a}_1 \cdot \bar{t}_2^3(0, Fo) t_s^2.$$

Тут $\bar{a}_i = \frac{a_i t_s^2}{3}$, $\bar{b}_i = \frac{b_i t_s}{2}$, $\bar{c}_i = c_i$, $\bar{t}_i = \frac{t_i}{t_s}$, t_i – шукана температура, t_s – характерна для задачі температура, $\bar{t}_i(z, Fo)$ є розв’язком кубічного рівняння

$$\bar{a}_i \bar{t}_i^3(z, Fo) + \bar{b}_i \bar{t}_i^2(z, Fo) + \bar{c}_i \bar{t}_i(z, Fo) - \theta_i(z, Fo) = 0,$$

який знаходили за формулами Кардано.

Для знаходження змінної Кірхгофа на поверхні поділу, $F_2(Fo)$ апроксимували лінійним сплайном [2]. Тоді, її значення у вузлах сплайну знаходили із нелінійного рівняння, яке отримали зі співвідношення (1) поклавши $z = 0$.

Числові дослідження виконані для тих же матеріалів півпросторів і параметрів, що і у [3], але використовуючи реальну квадратичну залежність коефіцієнта теплопровідності кераміки ZrO_2 ($\bar{z} < 0$).

Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2026», 27–29 травня 2026 р., Львів

У табл. 1, наведено значення температур у першому півпросторі за квадратичної температурної залежності коефіцієнта теплопровідності та за її апроксимації лінійною функцією (як у праці [3]) для різних значень \tilde{z} .

Таблиця 1. Порівняння результатів

$\tilde{z}, \text{ м}$	$t, ^\circ\text{C}$	
	Лінійна залежність	Квадратична залежність
-0.03	0.187252998	0.187254174
-0.0125	451.370985	455.8331878
-0.01	963.8052871	973.4534809
-0.00625	310.7755083	313.2286275
0	30.89851211	30.90515561

З даних табл. 1 випливає, що для обчислення температур з похибкою, яка не перевищує 1% можна використовувати апроксимацію температурної залежності коефіцієнта теплопровідності лінійною функцією.

1. Процюк Б.В., Верба І.І. Нестационарне одновимірне температурне поле тришарових тіл з плоско-паралельними межами поділу // Вісник Львів. ун.- ту. Сер. прикл. матем. та інформ. – 1999. – Вип. 1. – С. 200-205.
2. Процюк Б.В. Нестационарні нелінійні задачі теплопровідності для півпростору // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2018. – 61, №4. – С. 156-167.
3. Процюк Б.В., Шуфляк В.М. Визначення нестационарного температурного поля контактуючих термочутливих півпросторів з використанням функцій Гріна для двоскладового простору // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2024. – 67, №3-4. – С. 132-141. – DOI: <https://doi.org/10.15407/mmpmf2024.67.3-4.132-141>

THERMAL STATE OF A TWO-COMPONENT THERMOSENSITIVE MEDIUM WITH PLANAR PULSED HEAT SOURCES UNDER QUADRATIC TEMPERATURE DEPENDENCE OF THERMAL CONDUCTIVITY COEFFICIENTS

A solution to the non-stationary heat conduction problem for a piecewise-homogeneous medium composed of two perfectly contacting half-spaces with quadratic temperature dependence of thermal conductivity coefficients under the action of planar pulsed heat sources has been obtained. The Kirchhoff transformation, generalized functions, Green's functions for a two-component medium, and linear splines were employed. The problem is reduced to solving a nonlinear algebraic equation with respect to the Kirchhoff variable at the interface. The transition from the Kirchhoff variables to the desired temperatures is carried out using Cardano's formulas. Results of numerical studies are presented.