Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2026»
27–29 травня 2026 р., Львів

УДК 519.1

ЗВУЖЕННЯ ЛАТИНСЬКИХ КВАДРАТІВ

Дар'я Шевченко

ДонНУ, shevchenko_d.v@ukr.net

У роботі [1] було вперше запропоновано метод звуження квазігруп, який дозволяє отримувати латинський квадрат порядку $m-1$ з квадрата порядку m. У подальшому цей підхід було узагальнено та описано умови його застосовності [2].У даній роботі пропонується новий метод звуження латинських квадратів, що відрізняється від відомих підходів іншим правилом усувності комірки та відповідної заміни елементів.

Квадратом порядку m називають множину комірок (x,y), де $x,y \in Z_m := \{0,1,\ldots,m-1\}$. *Рядком* R_a називають множину комірок виду (a,y), а *стовпцем* C_b — множину комірок виду (x,b), де $x,y \in Z_m$. Комірка (a,b), що містить елемент c, називається *заповненою* і вона позначається (a,b,c), а $L(a,b)$ позначає елемент c. *Латинським квадратом* порядку m називають квадрат, у якому в кожному рядку та кожному стовпці кожен елемент множини Z_m зустрічається рівно один раз. Комірку (a,b,k) латинського квадрату назвемо *усувною* якщо після заміни елемента k іншими елементами, а також вилучення рядка R_a та стовпця C_b отримуємо латинський квадрат меншого порядку.

Теорема. Комірка (a,b,k) латинського квадрату L усувна тоді і тільки тоді, коли для всіх x, y виконується умова:

$$L(x,y)=k \to L(a,y)=L(x,b).$$

Алгоритм звуження. Нехай комірка (a,b,k) усувна в латинському квадраті L порядку m, і нехай $k=L(x,y)$, тоді 1) в комірці (x,y) замінюємо елемент k елементом, який знаходиться в комірках $L(a,y)$ та $L(x,b)$; 2) цю заміну здійснюємо для всіх появ елемента k в L; 3) вилучаємо рядок R_a та стовпець C_b. В результаті отримаємо латинський квадрат L' порядку $m-1$.

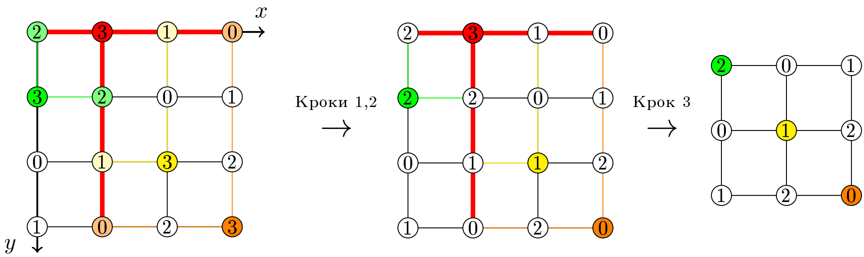
Приклад. Розглянемо звуження латинського квадрата L порядку $m=4$ до латинського квадрата L' порядку $m=3$. Перевіримо, чи комірка $(1,0,3)$ є усувною. Елемент 3 міститься також у комірках $(0,1)$, $(2,2)$, $(3,3)$. Тоді

$$L(1,0)=L(0,1)=3,\quad L(0,0)=L(1,1)=2,$$
$$L(2,0)=L(0,2)=1,\quad L(3,0)=L(0,3)=0.$$

1), 2) Для кожної комірки (x, y), що містить елемент 3, замінюємо його елементом, який міститься в комірках $L(1, y)$ та $L(x, 0)$:

$$L(1,0) = 3 \mapsto 3, \quad L(0,1) = 3 \mapsto 2, \quad L(2,2) = 3 \mapsto 1, \quad L(3,3) = 3 \mapsto 0.$$

3) Після виконання всіх замін вилучаємо рядок R_1 та стовпець C_0. У результаті отримуємо латинський квадрат L' порядку 3.



1. G. B. Belyavskaya, Contraction of quasigroups, I, (Russian), Izv. Akad. Nauk Moldav. SSR, ser. Fiz.-tehn. mat. Nauk **1** (1970), 6–12.

2. I. I. Deriyenko and W. A. Dudek, Contractions of quasigroups and Latin squares, *Quasigroups and Related Systems* **21** (2013), 165–174.

CONTRACTING LATIN SQUARES

The paper investigates the procedure for contracting Latin squares of arbitrary order. The method of transition from a Latin square of order m to a Latin square of order $m-1$ by removing selected rows and columns and correspondingly replacing the elements is described. The results obtained can be used in the study of quasigroup structures, as well as in combinatorics and the theory of Latin squares.