

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ РОЗМІРНИХ ЕФЕКТІВ У СЕРЕДОВИЩАХ ІЗ ФУНКЦІОНАЛЬНО ЗАЛЕЖНИМИ МОДУЛЯМИ ПРУЖНОСТІ

Юлія Сенік

НЛТУ України, yuliya.senik@gmail.com

Розглянуто безмежний ізотропний деформівний електропровідний неферромагнітний твердий шар, що займає область $-l \leq x \leq l$ у прямокутній декартовій системі координат $\{x, y, z\}$. Шар в цілому електронейтральний, а його поверхні є вільними від зовнішнього силового навантаження і на них задано сталі значення густини ρ_a , відмінне від відлікового значення ρ_* , котре характерне для безмежного однорідного середовища. На безмежності шар може бути навантажений зусиллями уздовж серединної поверхні тіла, що спричиняють його розтяг [1,2]. Розв'язуючу систему рівнянь запишемо для визначення густини ρ , електричного потенціалу ϕ , електричного заряду ω та компонент тензора напружень σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz}

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{1+\nu}{E} \sigma_{yy} - \frac{\nu}{E} \sigma \right) = \frac{d^2}{dx^2} a_0 [a_m (\rho - \rho_*) + a_0^\omega \phi],$$

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{a_{\omega\omega}}{\varepsilon_0} \phi + \frac{a_{m\omega}}{\varepsilon_0} (\rho - \rho_*) = 0,$$

$$\sigma = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 \rho}{dx^2} - \xi^2 (\rho - \rho_*) = -\xi^2 d_{\sigma m},$$

де $d_{\sigma m}$ – інтенсивність джерел маси, $a_0, a_0^\omega, a_{\omega\omega}, a_{m\omega}, \varepsilon_0, \xi$ – сталі. Систему рівнянь необхідно доповнити умовою електронейтральності тіла

$$\int_{-l}^l \omega(x) dx = 0, \quad (2)$$

де $\omega(x) = [a_{m\omega} (\rho - \rho_*) + a_{\omega\omega} \phi] / \varepsilon_0$ – електричний заряд,

а також умовою для інтенсивності джерел маси

$$d_{\sigma m} = (\rho_a - \rho_*) \frac{\operatorname{ch}(\zeta x)}{\operatorname{ch}(\zeta \ell)}, \quad (3)$$

що узгоджує відліковий та актуальний стани.

У представленому дослідженні здійснено теоретичне обґрунтування математичної моделі та розроблено концептуальний підхід до аналізу розмірних ефектів, що детермінують зміну ефективних модулів пружності матеріалу залежно від геометричних параметрів об'єкта. На прикладі вільного розтягнутого електропровідного неферромагнітного шару запропоновано аналітичну схему розподілу фізико-механічних полів, яка дає змогу верифікувати масштабну залежність напружено-деформованого стану, показників міцності та інтегральних пружних характеристик у межах досліджуваної структури.

1. *Nahirnyi T., Tchervinka K., Senyk Y.* Strength of a conducting nonferromagnetic layer. Size effect. *Journal of Mathematical Sciences.* 2022. № 265. P. 489–497.
- 1 *Markovych B., Senyk Y., Nodzhak L.* Stress-deformed state and strength of a locally heterogeneous electrically conductive layer. *Mathematical Modeling and Computing.* 2022. Vol. 9, No. 3. P. 750–756. <https://doi.org/10.23939/mmc2022.03.750>

MATHEMATICAL MODELING AND NUMERICAL ANALYSIS OF SIZE EFFECTS IN ENVIRONMENTS WITH FUNCTIONALLY DEPENDENT MODULES OF ELASTICITY

The problem for the deformable electroconductive nonferromagnetic layer is considered on the basis of the mathematical model of locally non-homogeneous solids. The study of density, thermodynamic electrical potential, electricity charge and components of stress tensor in the layer have done. As a result of the research, a number of conclusions have done regarding the feasibility of taking into account the dependence from elasticity characteristics of the material on density.