Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2026», 27–29 травня 2026 р., Львів

УДК 517.925:57.017.6

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ТЕРАПІЇ НА РІСТ РАКОВИХ КЛІТИН З УРАХУВАННЯМ РЕЗИСТЕНТНОСТІ ТА ІМУННОЇ ВІДПОВІДІ

Соломія Мельник

НУ «Львівська політехніка», solomiia.melnyk.pm.2022@lpnu.ua

Розглядаємо систему диференціальних рівнянь, яка описує конкурентну взаємодію чутливих $S(t)$ та резистентних $R(t)$ ракових клітин з імунною системою $E(t)$ в умовах медикаментозного лікування U .

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = r_S S\left(1-\dfrac{R+S}{K_I}\right) - p_S SE - d_S S - \mu S, \\ \dfrac{dR}{dt} = \mu S + r_R R\left(1-\dfrac{R+S}{K_I}\right) - p_R RE - d_R R, \\ \dfrac{dE}{dt} = E_0 + \dfrac{r_E (R+S)E}{K_E + R + S} - \gamma (R+S)E - d_E E. \end{cases} \quad (1)$$

В системі (1) параметри росту та взаємодії пухлинних клітин: r_S – питома швидкість розмноження (проліферації) чутливих клітин S, r_R – питома швидкість розмноження резистентних клітин R, K_I – максимальна ємність середовища для пухлини (максимально можлива сумарна кількість клітин $(R+S)$, яку може витримати тканина через обмеження поживних речовин та простору). p_S – швидкість (ймовірність) знищення чутливих пухлинних клітин імунними клітинами E. p_R – швидкість знищення резистентних пухлинних клітин імунними клітинами Е. d_R – природний рівень смертності резистентних клітин. Параметри імунної системи: E_0 – базовий (постійний) приплив нових імунних клітин у зону пухлини з інших частин організму та імунотерапія, r_E – максимальна швидкість стимуляції (розмноження) імунних клітин у відповідь на наявність антигенів пухлини (клітин $(R+S)$), K_E – константа напівнасичення для стимуляції імунітету (рівень пухлинного

навантаження, при якому швидкість стимуляції імунітету дорівнює половині від максимальної r_E), γ – коефіцієнт інактивації (виснаження або загибелі) імунних клітин внаслідок тривалої взаємодії з пухлиною, d_E – природний рівень смертності (відмирання) імунних клітин. Параметри лікування та мутацій: U – інтенсивність застосованої терапії (доза ліків), d_S – загальний рівень смертності чутливих клітин, який розраховується як

$$d_S = d_{S_0} + U, \tag{2}$$

де d_{S_0} – базова (природна) смертність чутливих клітин за відсутності лікування; μ – загальний рівень переходу (мутації) чутливих клітин у резистентні, який розраховується як

$$\mu = \mu_0 + \mu_1 U, \tag{3}$$

де μ_0 – базовий (природний) рівень спонтанних мутацій, а μ_1 – коефіцієнт індукованих мутацій (показує, наскільки сильно застосоване лікування U провокує появу стійкості).

Для системи (1) проведено аналіз стаціонарних станів системи (1) та її фазових траєкторій.

Розроблено інтерактивний веб-додаток дозволяє в реальному часі налаштовувати параметри системи та аналізувати перебіг хвороби.

MATHEMATICAL MODELING OF TREATMENT-INDUCED RESISTANCE AND IMMUNE RESPONSE IN CANCER DYNAMICS

A dynamic system describing the competitive interaction of treatment-sensitive and treatment-resistant cancer cells with the immune system under drug treatment conditions has been investigated. The emergence of resistant cells is accounted for as a tumor adaptation to medications. The steady states of the system have been analyzed. An interactive web application has been developed, which allows for real-time configuration of the system parameters and analysis of the disease progression.