

ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ МІКРО- І НАНОАКТЮАТОРІВ

Михайло Андрійчук, Богдан Каркульовський

Національний університет “Львівська політехніка”
e-mail: bohdan.v.karkulovskiy@lpnu.ua

Для моделювання і оптимізації параметрів мікро електромеханічних систем (МЕМС) необхідно одночасно використовувати теорію електромагнетизму і основні поняття механіки неоднорідних середовищ. Електростатичні і магнітостатичні рівняння в лінійних ізотропних середовищах описують характерні розподіли електричного і магнітного векторів, а їхні розв’язки використовуються для розрахунку механічних зусиль складових частин МЕМС. Базові рівняння електро- і магнітостатики і відповідні рівняння для визначення механічних зусиль наведено в [1].

Реально, електричне і магнітне поля є змінними в часі і взаємопов’язаними, тому для отримання електромагнітних характеристик МЕМС використовуються розв’язки рівнянь Максвелла, які з урахуванням часових змін мають вигляд [1]:

$$\nabla \times \vec{E}(x, y, z, t) = -\mu \frac{\partial \vec{H}(x, y, z, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H}(x, y, z, t) = \sigma \vec{E}(x, y, z, t) + \vec{J}(x, y, z, t) = \sigma \vec{E}(x, y, z, t) + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}(x, y, z, t)}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}(x, y, z, t) = \frac{\rho_e(x, y, z, t)}{\varepsilon}, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{H}(x, y, z, t) = 0, \quad (4)$$

де \vec{E} і \vec{H} – інтенсивність електричного і магнітного поля, ε і μ – діелектрична і магнітна проникність, σ – провідність, ρ_e – густина об’ємного струму. Рівняння (1) називають правилом Фарадея, а рівняння (3) – правилом Гауса.

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2026»,
27–29 травня 2026 р., Львів**

Рівняння Максвелла (1) – (4) можуть бути розв’язані при завданні відповідних граничних умов. Наприклад, у випадку двозв’язного середовища, для векторів \vec{E} і \vec{H} ці умови мають вигляд

$$\vec{N} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0, \quad (5)$$

$$\vec{N} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s, \quad (6)$$

де \vec{N} вектор зовнішньої нормалі до поверхні, \vec{J}_s вектор поверхневої густини струму.

Після визначення компонент електромагнітного поля визначаються силові характеристики складових MEMC, так звані зусилля Лоренца

$$\vec{F} = \rho_v (\vec{E} + \vec{v}\vec{B}) = \rho_v \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}. \quad (7)$$

Тобто, рівняння Максвелла демонструють, яким чином електричні заряди формують електромагнітне поле, формула Лоренца (5), як електромагнітне поле викликає механічні зусилля \vec{F} . Такі зусилля відносяться до певного об’єму V , тому для визначення вектора зусиль використовується формула

$$\vec{F} = \int_V \rho_v (\vec{E} + \vec{v}\vec{B}) dV = \int_V (\rho_v \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}) dV, \quad (8)$$

де $\vec{v} = \sigma \vec{E} / \rho_v$, а $\vec{B} = \mu \vec{H}$.

Як правило, кожна реальна MEMC складається з багатьох компонент, тому формула (8) використовується для знаходження вектора механічних зусиль \vec{F} для цих окремих компонент. Отримані формули можна використовувати і для MEMC з неанорозмірами, але при цьому співвідношення між векторами \vec{D} і \vec{E} та \vec{B} і \vec{H} будуть складнішими.

Розрахунок вектора електромагнітних зусиль \vec{F} буде проведено для конкретної складової MEMC, якою є мікроактуатор пружинного типу.

1. *Lyshevski S. E. Nano- and Micro-Electromechanical Systems. Fundamentals of Nano- and Microengineering. Second edition. Boca Raton, London, New York, Washington D.C.: CRC Press, 722 p. 2005.*

ELECTROMAGNETIC MODEL MICRO- AND NANOACTUATORS

The electro dynamical model for the MEMS component, based on the system of the Maxwell equations is discussed. Use of the boundary conditions enables determination of the components of electromagnetic field in the fixed volume, and application of the Lorentz formula allows us to find the mechanical forces.