

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ ШАРУВАТОГО ПОРОПРУЖНОГО КУБОЇДА

Зінаїда Журавльова

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова, z.zhuravlova@onu.edu.ua

Розглядається поропружний кубоїд $(0 < x < a, 0 < y < 1, 0 < z < h)$, що складається з N шарів $a_l < x < a_{l+1}, l = \overline{0, N-1}$, де $a_0 = 0, a_N = a$. Між шарами виконуються умови ідеального контакту

$$\begin{aligned} u_l|_{x=a_l-0} &= u_{l+1}|_{x=a_l+0}, v_l|_{x=a_l-0} = v_{l+1}|_{x=a_l+0}, \\ w_l|_{x=a_l-0} &= w_{l+1}|_{x=a_l+0}, p_l|_{x=a_l-0} = p_{l+1}|_{x=a_l+0}, \\ \sigma_x^l|_{x=a_l-0} &= \sigma_x^{l+1}|_{x=a_l+0}, \tau_{xy}^l|_{x=a_l-0} = \tau_{xy}^{l+1}|_{x=a_l+0}, \\ \tau_{xz}^l|_{x=a_l-0} &= \tau_{xz}^{l+1}|_{x=a_l+0}, k_l \frac{\partial p_l}{\partial x} \Big|_{x=a_l-0} = k_{l+1} \frac{\partial p_{l+1}}{\partial x} \Big|_{x=a_l+0}, l = \overline{1, N-1} \end{aligned} \quad (1)$$

Тут $u_l(x, y, z), v_l(x, y, z), w_l(x, y, z), p_l(x, y, z), \sigma_x^l(x, y, z), \tau_{xy}^l(x, y, z), \tau_{xz}^l(x, y, z)$ - переміщення твердого каркасу, тиск рідини, нормальне та дотичні напруження l -го шару відповідно, k_l - коефіцієнт проникності l -го шару.

Бічні грані $y = 0, y = 1$ та $z = 0, z = h$ знаходяться в умовах гладкого контакту та є непроникними [1]

$$\begin{aligned} v_l|_{y=0,1} &= 0, \tau_{xy}^l|_{y=0,1} = 0, \tau_{yz}^l|_{y=0,1} = 0, \frac{\partial p_l}{\partial y} \Big|_{y=0,1} = 0, \\ w_l|_{z=0,h} &= 0, \tau_{xz}^l|_{z=0,h} = 0, \tau_{yz}^l|_{z=0,h} = 0, \frac{\partial p_l}{\partial z} \Big|_{z=0,h} = 0, l = \overline{1, N} \end{aligned} \quad (2)$$

Грань $x = a$ знаходиться в умовах зчеплення та є проникною [2]

$$u_N|_{x=a} = 0, v_N|_{x=a} = 0, w_N|_{x=a} = 0, p_N|_{x=a} = 0. \quad (3)$$

На грань $x = 0$ діє зовнішнє навантаження

$$\begin{aligned}\sigma_x^1 \Big|_{x=0} &= -L(y, z) - \alpha_1 P(y, z), \tau_{xy}^1 \Big|_{x=0} = Y(y, z), \\ \tau_{xz}^1 \Big|_{x=0} &= Z(y, z), p_1 \Big|_{x=0} = P(y, z)\end{aligned}\tag{4}$$

де $L(y, z), Y(y, z), Z(y, z), P(y, z)$ - відомі функції.

Потрібно знайти переміщення та напруження твердого каркасу, а також тиск рідини усередині кожного шару кубоїда, що задовольняють крайові умови (1)-(4) та рівняння рівноваги [3].

Вихідну задачу зведено до одновимірної шляхом послідовного застосування скінченних $\sin$ -, $\cos$ - перетворень Фур'є за змінними y та z . Загальний розв'язок отриманої одновимірної векторної крайової задачі побудовано за допомогою матричного диференціального числення [3]. Невідомі стали було знайдено з рекурентного співвідношення та крайових умов за змінною x . В результаті було отримано точні вирази для переміщень, напружень та тиску рідини для кожного шару.

Було досліджено зміну напружень та тиску рідини для двошарового кубоїду під дією різних типів навантажень.

Дослідження підтримано European project funded by Horizon 2020 Framework Programme for Research and Innovation (2014-2020) (H2020-MSCA-RISE-2020) Grant Agreement number 101008140 EffectFact “Effective Factorisation techniques for matrix-functions: Developing theory, numerical methods and impactful applications”.

1. Kubik, J., Kachmaryk, M., Chaplya, E. Methods for the Determination of the Characteristics of Porous Saturated Media // Materials Science. – 2001. – **37**. - P. 92–102.
2. Nahirnyj, T., Tchervinka, K. Mathematical Modeling of the Coupled Processes in Nanoporous Bodies // Acta Mechanica et Automatica. – 2018. – **12**(3). – P. 196-203.
3. Cheng, A. H.-D. Poroelectricity // Theory and applications of transport in porous media (Springer). – 2016. – **27**.
4. Понов Г. Я. Точні розв'язки деяких крайових задач механіки деформованого твердого тіла. – Одеса: Астропринт, 2013. – 424 с.

INVESTIGATION OF STRESS-DEFORMABLE STATE OF MULTILAYERED POROELASTIC CUBOID

The poroelastic problem for a multilayered cuboid under ideal contact conditions is considered. It is solved with the help of apparatuses of Fourier integral transforms, matrix differential calculation and recurrent correspondence.