

ПРО МЕТОДИКУ ДОСЛІДЖЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ НАПРУЖЕНЬ В ПРУЖНОПЛАСТИЧНІЙ ТРИШАРОВІЙ ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ

Роман Серафимович, Євген Сторожук

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України

Шаруваті конструкції ефективно поєднують високу міцність та жорсткість з необхідними тепло, -вібро, -звуку ізоляційними властивостями. Одним із розповсюджених варіантів таких конструкцій є розташування відносно товстого шару низької міцності між двома тонкими несучими шарами, виготовленими з жорстких матеріалів. За конструктивними або технологічними міркуваннями в цих конструкціях часто мають місце отвори, в області яких можуть виникати значні напруження і пластичні деформації.

Розглянемо тришарову циліндричну оболонку з круговим отвором. Віднесемо оболонку до криволінійної ортогональної системи координат $Oxyz$, лінії Ox, Oy якої збігаються з лініями головних кривин заповнювача.

Для розрахунку тришарової циліндричної оболонки пропонується використовувати гіпотезу ламаної лінії [1]. Згідно з цією гіпотезою нормальні переміщення всіх шарів приймаються однаковими, а тангенціальні – розподіляються лінійно за координатою z в межах кожного шару.

При розрахунках заповнювача будемо враховувати тільки деформації поперечного зсуву, а для обшивок використовувати гіпотези Кірхгофа–Лява.

За незалежні змінні приймемо переміщення серединної поверхні заповнювача u_1, u_2, u_3 і кути повороту його нормалі ψ_1, ψ_2 .

Використовуючи умови ідеального контакту між шарами оболонки, отримаємо такі вирази для компонентів деформацій обшивок (індекс (k) зверху) і заповнювача (індекс (3) зверху) через незалежні змінні:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1^{(k)} &= \varepsilon_1 + c^{(k)} \frac{\partial \psi_1}{\partial x}; \quad \varepsilon_2^{(k)} = \frac{1}{\delta^{(k)}} \left(\varepsilon_2 + c^{(k)} \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \right); \quad \varepsilon_{12}^{(k)} = \omega_1^{(k)} + \omega_2^{(k)}; \\ \omega_1^{(k)} &= \omega_1 + c^{(k)} \frac{\partial \psi_2}{\partial x}; \quad \omega_2^{(k)} = \frac{1}{\delta^{(k)}} \left(\omega_2 + c^{(k)} \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \right) \quad (k=1,2); \\ \mu_1^{(k)} &= \frac{\partial \mathcal{G}_1^{(k)}}{\partial x}; \quad \mu_2^{(k)} = \frac{1}{\delta^{(k)}} \left(\frac{\partial \mathcal{G}_2^{(k)}}{\partial y} - \frac{\varepsilon_2^{(k)}}{R} \right); \quad \mu_{12}^{(k)} = \frac{\partial \mathcal{G}_2^{(k)}}{\partial x} + \frac{1}{\delta^{(k)}} \left(\frac{\partial \mathcal{G}_1^{(k)}}{\partial y} - \frac{\omega_2^{(k)}}{R} \right);\end{aligned} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{13}^{(3)} = \frac{\partial u_3}{\partial x} + \psi_1; \quad \varepsilon_{23}^{(3)} = \frac{\partial u_3}{\partial y} - \frac{u_2}{R} + \psi_2; \quad \mu_{13}^{(3)} = 0; \quad \mu_{23}^{(3)} = -\frac{\varepsilon_{23}^{(3)}}{R}, \quad (2)$$

де $R, h^{(3)}$ – радіус серединної поверхні заповнювача та його товщина;

$$c^{(k)} = (-1)^k h^{(3)} / 2; \quad \delta^{(k)} = 1 + c^{(k)} / R; \quad g_2^{(k)} = \frac{1}{\delta^{(k)}} \left(-\frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{u_2 + c^{(k)} \psi_2}{R} \right);$$

$$g_1^{(k)} = -\frac{\partial u_3}{\partial x}; \quad \varepsilon_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x}; \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{u_3}{R}; \quad \omega_1 = \frac{\partial u_2}{\partial x}; \quad \omega_2 = \frac{\partial u_1}{\partial y}.$$

Фізичні співвідношення для заповнювача прийнемо згідно закону Гука, а для обшивок запишемо на основі теорії малих пружнопластичних деформацій у такому вигляді [2]:

$$\sigma_1^{(k)} = \frac{2G^{(k)}(1 - \omega_i^{(k)})}{1 - \nu_i^{(k)}} \left(e_1^{(k)} + \nu_i^{(k)} e_2^{(k)} \right); \quad \sigma_{12}^{(k)} = G^{(k)} (1 - \omega_i^{(k)}) e_{12}^{(k)}; \\ e_1^{(k)} = \varepsilon_1^{(k)} + \gamma^{(k)} \mu_1^{(k)}; \quad e_{12}^{(k)} = \varepsilon_{12}^{(k)} + \gamma^{(k)} \mu_{12}^{(k)} \quad (1 \leftrightarrow 2; k = 1, 2). \quad (3)$$

Тут $G^{(k)}, \nu^{(k)}$ – модулі зсуву і коефіцієнти Пуассона матеріалів обшивок; $\omega_i^{(k)}, \nu_i^{(k)}$ – функції пластичності та змінні коефіцієнти поперечної деформації; $\gamma^{(k)} = z - c^{(k)}$.

Поставлену фізично нелінійну задачу розв’язуємо методом додаткових напружень, а отриману на кожній ітерації методу додаткових напружень лінійну задачу – методом скінченних елементів з дискретною реалізацією гіпотез Кірхгофа–Лява та подвійною апроксимацією деформацій.

1. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – Москва: Машиностроение, 1984. – 264 с.
2. Можаровський М.С. Теорія пружності, пластичності і повзучості. – Київ: Вища школа, 2002. – 308 с.

ON THE METHODOLOGY OF STRESS CONCENTRATION IN AN ELASTOPLASTIC THREE-LAYER CYLINDRICAL SHELL WITH A CIRCULAR HOLE

A method for studying the stress concentration around a circular hole in a three-layer cylindrical shell taking into account plastic deformations of the bearing layers has been developed. The proposed method is based on the broken line hypothesis, the additional stress method, and the finite element method.