

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ РОЗМІРНИХ ЕФЕКТІВ НА ЕФЕКТИВНІ МОДУЛІ ПРУЖНОСТІ

Юлія Сеник

НЛТУ України, e-mail: yuliya.senik@gmail.com

Розглянемо безмежний ізотропний деформівний електропровідний неферомагнітний твердий шар, що займає область $-l \leq x \leq l$ у прямокутній декартовій системі координат $\{x, y, z\}$. Шар в цілому електронейтральний, а його поверхні є вільними від зовнішнього силового навантаження і на них задано сталі значення густини ρ_a , відмінне від відлікового значення ρ_* , котре характерне для безмежного однорідного середовища. На безмежності шар може бути навантажений зусиллями уздовж серединної поверхні тіла, що спричиняють його розтяг [1,2]. Розв'язуючу систему рівнянь запишемо для визначення густини ρ , електричного потенціалу ϕ , електричного заряду ω та компонент тензора напружень σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz}

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{1+\nu}{E} \sigma_{yy} - \frac{\nu}{E} \sigma \right) &= \frac{d^2}{dx^2} a_0 \left[a_m (\rho - \rho_*) + a_0^\omega \phi \right], \\ \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{a_{\omega\omega}}{\varepsilon_0} \phi + \frac{a_{m\omega}}{\varepsilon_0} (\rho - \rho_*) &= 0, \\ \sigma &= \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}, \\ \frac{d^2 \rho}{dx^2} - \xi^2 (\rho - \rho_*) &= -\xi^2 d_{\sigma m}, \end{aligned} \quad (1)$$

де $d_{\sigma m}$ – інтенсивність джерел маси, $a_0, a_0^\omega, a_{\omega\omega}, a_{m\omega}, \varepsilon_0, \xi$ – сталі. Систему рівнянь необхідно доповнити умовою електронейтральності тіла

$$\int_{-l}^l \omega(x) dx = 0, \quad (2)$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2025»,
27–29 травня 2025 р., Львів**

де $\omega(x) = [a_{m\omega}(\rho - \rho_*) + a_{\omega\omega}\phi] / \varepsilon_0$ – електричний заряд,
а також умовою для інтенсивності джерел маси

$$d_{\sigma m} = (\rho_a - \rho_*) \frac{\text{ch}(\zeta x)}{\text{ch}(\zeta \ell)}, \quad (3)$$

що узгоджує відліковий та актуальний стани.

В роботі представлено модельний підхід до вивчення розмірного ефекту, що проявляється у зміні ефективних модулів пружності матеріалів залежно від характерних розмірів досліджуваного тіла. Розглянуто вільний розтягнутий електропровідний неферомагнітний шар та запропонована модель розподілу фізико-механічних полів і розмірних ефектів напружень, міцності й ефективних пружних характеристик у такому шарі.

Результати продемонстрували, що міцність тонких плівок зростає зі зменшенням їх товщини та розміру тіла, а врахування електронної підсистеми тіла приводить до зміни значень механічних полів в усій його області та характеру їх розподілу у вузькій приповерхневій зоні.

- 1 Nahirnyi T., Tchervinka K., Senyk Y. Strength of a conducting nonferromagnetic layer. Size effect. Journal of Mathematical Sciences. 2022. № 265. P. 489–497.
- 2 Markovych B., Senyk Y., Nodzhak L. Stress-deformed state and strength of a locally heterogeneous electrically conductive layer. Mathematical Modeling and Computing. 2022. Vol. 9, No. 3. P. 750–756. <https://doi.org/10.23939/mmc2022.03.750>

**MODELING OF THE DIMENSIONAL EFFECT OF EFFECTIVE
MODULUS OF ELASTICITY**

The problem for the deformable electroconductive nonferromagnetic layer is considered on the basis of the mathematical model of locally non-homogeneous solids. The study of density, thermodynamic electrical potential, electricity charge and components of stress tensor in the layer have done. As a result of the research, a number of conclusions have done regarding the feasibility of taking into account the dependence from elasticity characteristics of the material on density.