

МОДИФІКАЦІЯ ЧАСТИННИХ СУМ ТЕЙЛОРА- МАКЛОРЕНА ШЛЯХОМ ПІДНЕСЕННЯ АРГУМЕНТА ДО НЕНУЛЬОВОГО СТЕПЕНЯ

Андрій Макаrchук

НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», makarchukandriy1999@gmail.com

Анотація. В роботі досліджено модифікацію частинних сум Тейлора-Маклорена, відмінну від звичних методів по типу підсумовування. Було побудовано алгоритм побудови такої оптимізації за рахунок мінімізації середньоквадратичного відхилення.

Вступ. Використання частинних сум Тейлора-Маклорена є хорошим методом наближення в чималій кількості ситуацій. Однак, як показує практика, іноді для покращення точності при допустимій кількості обчислень необхідно такого роду підходи модифікувати. Одним із відомих підходів до модифікації рядів та їх частинних сум як методів наближення є використання різних методів їх підсумовування. В даній роботі пропонується альтернативний підхід модифікації частинних сум Тейлора-Маклорена за рахунок введення дійсних степенів.

Основна частина. Розглянемо нескінченно диференційовну та інтегровну функцію $f(x)$, задану на проміжку $[0, l]$. Розглянемо частинну суму її ряду Маклорена

$$S_n(x) = S_n(f, x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k. \quad (1)$$

Підставивши в (1) x^{α_n} замість x , отримаємо нову суму

$$\tilde{S}_n(x) = \tilde{S}_n(f, x) = \sum_{k=0}^n a_k x^{k\alpha_n}. \quad (2)$$

Для знаходження оптимального значення мінімізуємо середньоквадратичне відхилення (2) від функції $f(x)$ на проміжку $[0, l]$ тобто знайдемо величину

$$\alpha_n^* = \arg \min_{\alpha_n \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} \int_0^l \left(f(t) - \tilde{S}_n(x) \right)^2 dt. \quad (3)$$

Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2025», 27–29 травня 2025 р., Львів

Провівши необхідні перетворення, можна показати, що величина (3) буде ненульовим коренем рівняння

$$\sum_{i,j=0}^n \frac{a_i a_j (i+j)}{(i+j)\alpha_n + 1} l^{(i+j)\alpha_n + 1} - \sum_{k=0}^n k a_k \int_0^l t^{k\alpha_n} f(t) \ln t dt = 0. \quad (4)$$

Розв'язавши (4) та підставивши корінь в (2) замість α_n , отримаємо новий поліном для наближення функції $f(x)$, задану на проміжку $[0, l]$.

Висновки. В роботі отримані модифіковані частинні суми Тейлора-Маклорена, отримані за рахунок піднесення аргументу до ненульового дійсного степеня. Показано, як цей степінь можна знаходити, а також досліджено ефект від такого піднесення.

Література

1. *Kharkevych Y.I., Shutovskyi A.M.* Approximation of functions from Hölder class by biharmonic Poisson integrals // *Carpathian Mathematical Publications.* – 2024. – Т. 16, № 2. – С. 631–637.
2. *Laptiev O., Makarchuk A., Parkhomenko I., Mishchuk A., Musienko A., Shapovalov D.* Weierstrass Method of Analogue Signal Approximation // *2023 IEEE 4th KhPI Week on Advanced Technology, KhPI Week 2023 – Conference Proceedings.* – 2023.
3. *Barabash O., Makarchuk A.* Development of a new indicator of functional reliability and its evaluation using multivariable polynomial regression // *Advanced Information Technology.* – 2024. – Vol. 1, № 3. – P. 59–66.
4. *Барабаш О., Обідін Д., Саланда І., Макаρχук А.* Порівняльний аналіз наближення ймовірнісного показника функціональної стійкості за допомогою поліномів Бернштейна та нейронних мереж прямого розповсюдження // *Зв'язок.* – 2024. – № 3. – С. 32–37.

MODIFICATION OF TAYLOR–MACLAURIN PARTIAL SUMS BY RAISING THE ARGUMENT TO A NONZERO DEGREE

Abstract. The paper investigates a modification of the Taylor–Maclaurin partial sums that differs from conventional techniques such as summation-based methods. An algorithm for constructing such an optimization was developed by minimizing the mean square deviation.