

АПОСТЕРІОРНИЙ ОЦІНЮВАЧ ПОХИБКИ АПРОКСИМАЦІЙ МЕТОДУ α -FEM

Яніна Гусаревич

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України, yanina.husarevych@gmail.com

Метою даної роботи є побудова апостеріорного оцінювача похибок Неймана[1] апроксимацій методу α -FEM. α -FEM є комбінацією стандартного методу скінченних елементів та NS-SFEM (node-based smoothed finite element method) з параметром α , що дає змогу отримати верхню та нижню межі точного розв'язку для задачі пружності в енергетичній нормі шляхом відповідного вибору параметру α [2].

Розглядається квадратна пластинка з центральним квадратним отвором рівномірно навантажена по лівому краю тиском $g = 0.1 \text{ Н/м}^2$ та жорстко закріплена вздовж нижнього, решта ребер плити вільні від навантажень. Матеріал плити – алюміній. Припускається, що ребро отвору має довжину $b = 0.5 \text{ м}$, зовнішнє ребро плити $a = 1 \text{ м}$. В площині $x_1 O x_2$ конструкція займає область $\Omega = \Omega_o / \Omega_1$, де $\Omega_o = \{x = (x_1, x_2): 1 \leq x_1, x_2 \leq 2\}$ і $\Omega_1 = \{x = (x_1, x_2): |x_i - 1.5| \leq 0.5, i = 1, 2\}$.

Приклад результатів для розв'язку з 3915 елементів і $\alpha = 0.5$:

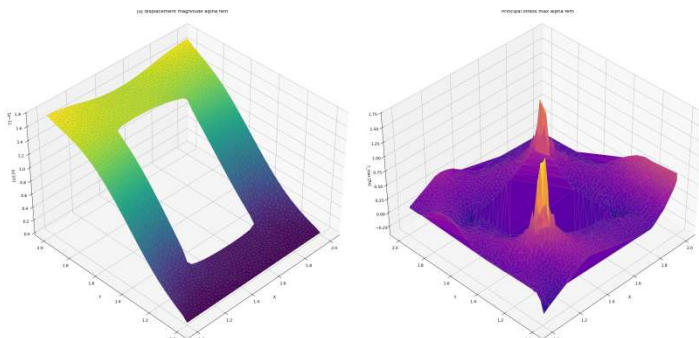


Рисунок 1. Максимальні головні напруження та нормалізований модуль переміщень

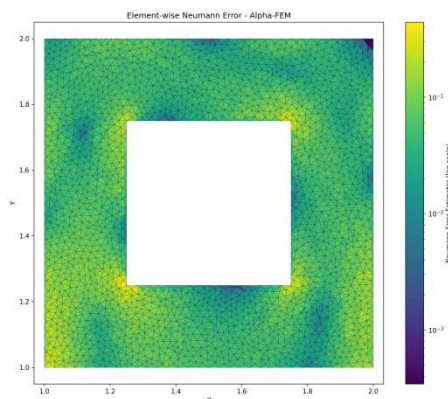


Рисунок 2. Розподіл оцінки похибки по елементах

Побудований оцінювач Неймана демонструє високу чутливість до локальних особливостей поля напружень, зокрема поблизу внутрішніх вершин отвору, де спостерігаються сингулярності типу $r^{-1/2}$. Відповідні значення оцінювача зростають у цих зонах, що узгоджується з очікуваннями та вказує на коректну локалізацію зон максимальної похибки. Отримані результати свідчать про можливість використання побудованого оцінювача для автоматизованого згущення сітки.

Продемонстровано та проаналізовано роботу апостеріорного оцінювача похибок апроксимацій Неймана для різних значень α та порівняно зі стандартним методом скінченних елементів.

1. E. Stein. Error-controlled Adaptive Finite Elements in Solid Mechanics. – 2003, Wiley. – 410 p.
2. G.R. Liu and Nguyen Thoi Trung. Smoothed Finite Element Method. –2010.CRC Press.– 692 p.

A POSTERIORI ERROR ESTIMATOR FOR α -FEM APPROXIMATIONS

In this work, an a posteriori error estimator of Neumann type is developed for the α -FEM method, which combines the classical finite element method with the node-based smoothed finite element method (NS-SFEM). By tuning the parameter α , upper and lower bounds of the exact solution in the energy norm can be obtained, allowing better error control in numerical simulations. The considered benchmark problem is a square aluminum plate with a central square hole, subjected to uniform pressure on the left edge and fixed along the bottom. The proposed error estimator successfully detects regions of high stress gradients and singularities near re-entrant corners, providing a reliable basis for future adaptive mesh refinement.