

МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ ТЕРМОПРУЖНОСТІ КВАЗІКРИСТАЛІЧНИХ ТІЛ ІЗ ТРІЩИНАМИ

Ігор Гоцик, Ярослав Пастернак

Волинський національний університет імені Лесі Українки, м. Луцьк,
e-mail: gotsyk.igor@vnu.edu.ua

Сучасні аерокосмічне та приладобудування активно використовують при створенні конструкцій елементи, виготовлені із новітніх матеріалів, властивості яких сприяють покращенню функціональних характеристик цих виробів. До таких, зокрема, відносяться квазікристалічні матеріали, що поряд із механічною анізотропією властивою кристалам можуть також завдяки своїй впорядкованій неперіодичній внутрішній структурі перерозподіляти механічну енергію деформування між спостережуваною (фононою) та доповняльною (фазоною) складовими. Крім того, така структура матеріалу істотно знижує його теплопровідність, а тому квазікристалічні елементи використовуються як надійні теплоізолятори у сучасних конструкціях, забезпечуючи при цьому високу міцність. Проте поряд із останньою є досить крихкими. Саме тому вивчення задач механіки руйнування квазікристалічних матеріалів за дії теплових та механічних навантажень є актуальним для науки та практики завданням.

Для розв'язування плоских задач теорії термопружності квазікристалічних середовищ у [1] вперше було запропоновано підхід у вигляді розширеного формалізму Стро. У подальших дослідженнях [2] він був розвинутий для вирішення задач термомеханіки квазікристалічних тіл із тріщинами. Зокрема, було побудовано сингулярні та гіперсингулярні інтегральні рівняння теплопровідності та термопружності квазікристалічних тіл із тріщинами, а також з'ясовано, що фононні та фазонні напруження, як і для анізотропних кристалічних тіл, мають кореневу особливість у вершинах гладких тріщин.

Проте аналітичні методи розв'язування цих інтегральних рівнянь придатні лише для аналізу невеликого кола задач для тіл і дефектів каноїчної форми. Через це важливим для подальшого розвитку запропонованого методу та його практичного застосування є побудова числових методів розв'язування цих рівнянь.

У цьому дослідженні інтегральні рівняння задач термопружності квазікристалічних тіл із тріщинами пропонується розв'язувати за наступною

схемою методом граничних елементів. Межі матеріалу та тріщини апроксимуємо за допомогою відповідно n та n_C прямолінійних відрізків – граничних елементів ∂S_q . На кожному елементі виберемо по 3 вузлові точки: одну в центрі, а дві інші – на відстані $1/3$ довжини елемента по обидва боки від центральної (розривний тривузловий граничний елемент). Тоді точка колокації завжди потраплятиме на гладку ділянку утвореного апроксимацією контуру ∂S . Крайові функції фононно-фазонних напружень $\tilde{t}_j$, переміщень $\tilde{u}_j$, та їхніх стрибків $\Sigma \tilde{t}_j$ та $\Delta \tilde{u}_j$ на поверхні тріщини апроксимуємо на елементі за їхніми вузловими значеннями:

$$[\tilde{t}_j, \tilde{u}_j, \Sigma \tilde{t}_j, \Delta \tilde{u}_j] = \sum_{p=1}^3 [\tilde{t}_j^{q,p}, \tilde{u}_j^{q,p}, \Sigma \tilde{t}_j^{q,p}, \Delta \tilde{u}_j^{q,p}] \phi_p(\xi), \quad (1)$$

Тут ξ – параметр розташування точки на елементі, означений на проміжку $[-1, 1]$ так: $dl(\mathbf{x}) = J_q$, де J_q – модуль якобіана заміни змінних на елементі ∂S_q .

Базові функції для елементів, що не прилягають до вершин тріщини, виберемо для (1) у формі поліномів Лагранжа. Для підвищення точності методу та зручності визначення узагальнених коефіцієнтів інтенсивності фононно-фазонних напружень введемо спеціальні тривузлові розривні граничні елементи, що моделюють привершинні ділянки тріщини та враховують кореневу особливість полів. Таким чином інтегральні рівняння зведемо до системи лінійних алгебричних рівнянь стосовно шуканих вузлових значень $\tilde{t}_j^{q,p}, \tilde{u}_j^{q,p}, \Sigma \tilde{t}_j^{q,p}, \Delta \tilde{u}_j^{q,p}$ крайових функцій $\tilde{t}_j, \tilde{u}_j, \Sigma \tilde{t}_j, \Delta \tilde{u}_j$.

За допомогою запропонованого методу розв'язано низку задач термопружності для скінченних квазікристалічних тіл із тріщинами. Виявлено вплив термопружних ефектів у квазікристалах на інтенсивність фононних та фазонних напружень у вершинах дефектів.

1. Кушнір Р., Пастернак Я., Сулим Г. Розширений формалізм Стро для розв'язування плоских задач теорії термопружності квазікристалічних середовищ. XXIII МНТК “Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта”, Київ, 2023. <http://conf.mmi.kpi.ua/proc/article/view/277903>
2. Pasternak V., Sulym H., Pasternak I., Hotsyk I. Extended Stroh Formalism for Plane Problems of Thermoelasticity of Quasicrystals with Applications to Green's Functions and Fracture Mechanics. Int J Eng Sci, 2024, vol 203, 104124.

BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR 2D FRACTURE MECHANICS ANALYSIS IN THERMOELASTIC QUASICRYSTALS

The study presents a fast and accurate boundary element approach for phonon and phason stress intensity analysis in cracked quasicrystal solids under thermal and mechanical loadings.