

ПРО ВПЛИВ ПОЧАТКОВИХ НАПРУЖЕНЬ НА ШВИДКОСТІ ХВИЛЬ КРУЧЕННЯ У СТИСЛИВОМУ КОМПОЗИТНОМУ МАТЕРІАЛІ ПРИ ПРОКОВЗУВАННІ ШАРІВ

Андрій. Глухов

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ

Хвилі кручення є перспективним інструментом для неруйнівного тестування, поєднуючи високу роздільну здатність із можливістю дослідження різноманітних матеріалів. Їх застосування особливо актуальне в аерокосмічній промисловості, енергетиці та медичній діагностиці.

У даній роботі в рамках тривимірної лінеаризованої теорії пружності для тіл з початковими напруженнями [2] розглянуто задачу про поширення хвиль кручення у шаруватому стисливого композитному матеріалі з початковими напруженнями.

Розглядається композитний стисливий матеріал, що має періодичну структуру і складається з шарів двох типів, що чергуються. Для кожного типу шарів матеріали і початкові напружено-деформовані стани є однаковими. Початковий напружений стан шарів є однорідним і симетричним. Розглядається такий варіант контакту між шарами композитного матеріалу як повне проковзування. Хвилі поширюються вздовж шарів. Постановка задачі відповідає постановці, розглянутій в роботі [1]. Для розв'язку задачі використовується метод, викладений в монографії [3].

У розглянутому випадку для шаруватих композитних стисливих матеріалів з початковими напруженнями вихідну задачу можна розділити на дві незалежні задачі: симетрична хвиля кручення (в кожному шарі $u_{\theta}^{(j)}$ симетричні відносно середини кожного шару), що поширюється уздовж вісі Or' ; антисиметрична хвиля кручення (в кожному шарі $u_{\theta}^{(j)}$ антисиметричні відносно середини кожного шару), що поширюється уздовж вісі Or' . У випадках симетричних та антисиметричних хвиль кручення при проковзуванні шарів композитного матеріалу дисперсійні рівняння можна розв'язати аналітично.

Для проведення аналізу конкретизуємо вигляд пружного потенціалу. Розглянемо закономірності впливу початкових напружень на швидкість

поширення хвиль кручення в композитному матеріалі з пружним потенціалом гармонічного типу [2].

Розрахунки проведені при початковому стані

$$S_{11}^{0(j)} = S_{22}^{0(j)} \neq 0; \quad S_{33}^{0(j)} = 0; \quad \lambda_1^{(j)} = \lambda_2^{(j)}; \quad h^{(j)} = \lambda_3^{(j)} h^{(j)}; \quad j = 1, 2. \quad (1)$$

Тут $S_{\alpha\beta}^{0(j)}$ - складові тензора узагальнених напружень Лагранжа, $h^{(j)}$, $h^{(j)}$ - товщини j -го шару в природному і в початковому напружено-деформованому стані відповідно, $\lambda_i^{(j)}$ - коефіцієнти видовження уздовж відповідних вісей.

$$C_i^{(j)} = C_0^{(j)} \sqrt{\lambda_1^{(j)} \left[1 + \frac{2(\lambda_1^{(j)} - 1)}{1 - \nu^{(j)}} \right]}; \quad C_0^{(j)} = \sqrt{\frac{\mu^{(j)}}{\rho^{(j)}}}; \quad i, j = 1, 2; \quad (2)$$

$$C_i^{(j)} = C_0^{(j)} \sqrt{\lambda_1^{(j)} \left[1 + \frac{2(\lambda_1^{(j)} - 1)}{1 - \nu^{(j)}} \right] + \left[1 + \frac{2\nu^{(j)}}{1 - \nu^{(j)}} (1 - \lambda_1^{(j)}) \right]^2 \frac{4\pi^2 n^2}{k^2 h^{(j)2}}}; \quad (3)$$

$$i = 3, 4; \quad j = 1, 2; \quad n = 0, 1, \dots$$

$$C_i^{(j)} = C_0^{(j)} \sqrt{\lambda_1^{(j)} \left[1 + \frac{2(\lambda_1^{(j)} - 1)}{1 - \nu^{(j)}} \right] + \left[1 + \frac{2\nu^{(j)}}{1 - \nu^{(j)}} (1 - \lambda_1^{(j)}) \right]^2 \frac{\pi^2 (1 + 2n)^2}{k^2 h^{(j)2}}}; \quad (4)$$

$$i = 3, 4; \quad j = 1, 2; \quad n = 0, 1, \dots$$

В формулах (2) - (4) k - хвильове число, $\mu^{(j)}$ - модуль зсуву, $\rho^{(j)}$ - щільність матеріалів в природньому стані для кожного з шарів.

Для симетричних хвиль кручення швидкості поширення будуть визначатися по формулам (2) і (3), для антисиметричних – по формулам (2) і (4).

Для довгохвильового наближення залежності величин швидкостей поширення симетричних і антисиметричних хвиль кручення від початкових напружень для кожного з шарів будуть визначатися формулами (2).

Швидкості розповсюдження хвиль кручення в кожному із шарів залежать від механічних параметрів матеріалу шару, товщини шару та початкових напружень

1. Глухов А.Ю. Про поширення хвиль кручення в шаруватих композитних стисливих матеріалах з початковими напруженнями при проковзуванні шарів /Глухов А.Ю.// Доповіді НАН України, 2025, № 1, с.13 - 21.

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2025»,
27–29 травня 2025 р., Львів**

2. Гузь А. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в 2-х частях. Ч. 1. Общие вопросы. Волны в бесконечных телах и поверхностные волны. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2016. 501 с.
3. Гузь А. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в 2-х частях. Ч. 2. Волны в частично ограниченных телах. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2016. 505 с.

**ON THE INFLUENCE OF INITIAL STRESSES ON THE PROPAGATION
SPEEDS OF TORSIONAL WAVE IN A COMPRESSIBLE COMPOSITE
MATERIAL WITH INTERLAYER SLIP**

Analytical dependences of the propagation speeds of torsional waves in a compressible composite material on the initial stresses for an elastic potential of the harmonic type were obtained