



УДК 512.5

ПРО ПЕРВИННІ ПІДНАПІВМОДУЛІ

Андрій Андрушко, Іванна Мельник

Львівський національний університет імені Івана Франка

Напівкільце R - це непорожня множина R , на якій задано дві бінарні алгебричні операції, які називають додаванням (позначають через $+$) і множенням (позначають $\cdot$), причому $(R, +, 0)$ є комутативним моноїдом, $(R, \cdot)$ є напівгрупою і $(a + b)c = ac + bc$ та $a(b + c) = ab + ac$ для всіх $a, b, c \in R$. Розглядаються напівмодулі над напівкільцями, не обов'язково комутативними.

Непорожня підмножина S напівкільця R називається m -системою якщо для будь-яких $a, b \in S$ існує такий $r \in R$, що $arb \in S$. Якщо S - довільна m -система напівкільця R і M - лівий R - напівмодуль, то непорожню підмножину X напівмодуля M називатимемо Sm -системою напівмодуля M , якщо для будь-яких $s \in S$ та $x \in X$ існує такий $r \in R$, що $srx \in X$.

Піднапівмодуль N напівмодуля M називається *первинним*, якщо для будь-якого ідеалу I з R та будь-якого піднапівмодуля N напівмодуля M з включення $IN \subseteq P$ випливає, що $N \subseteq P$ або $I \subseteq (P : M)$;

Теорема 1. *Піднапівмодуль N напівмодуля M є первинним тоді і тільки тоді, коли його доповнення $M \setminus N$ є S_m - системою в M для деякої m -системи S напівкільця R .*

Теорема 2. *Для піднапівмодуля P напівмодуля M , $P \neq M$, наступні твердження еквівалентні:*

1. P - первинний;
2. Для будь-яких $r \in R$ і $m \in M$ з $(r)(m) \subseteq P$ випливає, що $m \in P$ або $r \in (P : M) = p$;
3. Для будь-яких $r \in R$, $m \in M$ з $rRm \subseteq P$ випливає, що $m \in P$ або $r \in (P : M)$;

Теорема 3. *Нехай R - напівкільце, M - лівий R -напівмодуль, N - такий піднапівмодуль в M , що $N \cap X = \emptyset$, де X - деяка Sm -система. Тоді існує максимальний піднапівмодуль P , $P \subseteq N$, модуля M серед тих піднапівмодулів, що $P \cap X = \emptyset$. Цей піднапівмодуль є первинним.*

Література

1. *Golan J. S.* Semirings and their Applications. – Kluwer Academic Publishers, 1999. – 460 p.
2. *R. E. Atani, S. E. Atani*, On subsemimodules of semimodules. Bul. Acad. Stiinte Repub. Moldova. Matematica. 2010. No. 2 (63). P. 20–30.

On prime subsemimodules

We investigate prime subsemimodules of semimodules over not necessarily commutative semirings. We prove some properties of such subsemimodules.