Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2021» 26–28 травня 2021 р., Львів

УДК 519.65

Recovery of multivariate functions from samples in the uniform norm

Kateryna Pozharska

Institute of Mathematics of NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine, kate.shvai@gmail.com

We work in the reproducing kernel Hilbert space setting and study the recovery of complex-valued multivariate functions on a compact domain $D \subset \mathbb{R}^d$ from samples (function values at some points) in the uniform norm [1].

Function values are taken at independently drawn random nodes in D according to a tailored probability measure ρ . The main feature of this approach is that the nodes are drawn once for the whole class. This is usually termed as "random information" (in contrast to Monte Carlo algorithms).

We study the weighted least squares recovery operator which uses random samples from a tailored distribution and show that it leads to near optimal results in several relevant situations. The results are stated in terms of the decay of related singular numbers of the compact embedding into $L_2(D)$ multiplied with the supremum of the Christoffel function of the subspace spanned by the first m singular functions.

As an application, we obtain new recovery guarantees for Sobolev type spaces related to Jacobi type differential operators on the one hand and classical multivariate periodic Sobolev type spaces with general smoothness weight on the other hand. By applying a recently introduced sub-sampling technique related to Weaver's conjecture we mostly lose a $\sqrt{\log n}$ factor compared to the optimal worst-case error and sometimes even less.

1. Pozharska K. and Ullrich T. A note on sampling recovery of multivariate functions in the uniform norm. arXiv: math/2103.11124, 2021.

ВІДНОВЛЕННЯ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ ЗА ЇХНІМИ ЗНАЧЕННЯМИ В ТОЧКАХ У РІВНОМІРНІЙ МЕТРИЦІ

Вивчається задача відновлення комплекснозначних функцій багатьох змінних із просторів Гільберта за їхніми значеннями у випадковим чином розподілених на області визначення точках. Похибка відновлення вимірюеться у рівномірній метриці. На відміну від методів типу Монте-Карло, множина точок є єдиною для всього класу функцій. Відновлення здійснюється за допомогою деякого зваженого методу найменших квадратів.

The work was partially financially supported by the budget program "Support of the development of priority branches of scientific research in 2020" (KPKVK 6541230).