

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ  
ім. Я.С. ПІДСТРИГАЧА**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**



Директор ІППММ ім. Я.С. Підстригача  
НАН України, академік НАН України

Роман КУШНІР

Протокол від «29» серпня 2024 року № 9

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Моделювання та методи дослідження напруженого стану  
та граничної рівноваги структурно-неоднорідних тіл  
/код і назва навчальної дисципліни /

Третій рівень, доктор філософії  
/рівень вищої освіти/

вид дисципліни за вибором  
(обов'язкова / за вибором)

мова викладання українська

спеціальність 113 Прикладна математика  
/шифр і назва /

галузь знань 11 Математика та статистика  
/шифр і назва/

Львів–2024 рік

Робоча програма з навчальної дисципліни «Моделювання та методи дослідження напруженого стану та граничної рівноваги структурно-неоднорідних тіл»

для здобувачів освіти ступеня доктора філософії

Розробники:

Зав. відділу, д. ф.-м. н.,  
академік НАН України, професор

Пров.наук.співроб., д. ф.-м. н., професор

Роман КУШНІР

Георгій СУЛИМ

“21” 08 2024 р.

## 1. Структура навчальної дисципліни

Найменування показників	Всього годин Денна форма навчання
Кількість кредитів/год.	4/120
Усього годин аудиторної роботи, у т. ч.:	60
• лекційні заняття, год.	30
• семінарські заняття, год.	-
• практичні заняття, год.	30
• лабораторні заняття, год.	-
Усього годин самостійної роботи, у т. ч.:	60
Екзамен	2

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

### 2.1. Мета вивчення навчальної дисципліни

Метою вивчення навчальної дисципліни є оволодіння та розуміння аспірантами базових визначень, основних понять і положень обчислювальної механіки деформівних систем; оволодіння основними навиками математичного моделювання фізико-механічних процесів у неоднорідних елементах конструкцій з використанням математичних методів механіки деформівного твердого тіла і механіки руйнування

### 2.2. Завдання навчальної дисципліни відповідно до освітньої програми

В результаті вивчення дисципліни аспірант повинен знати:

- основні положення термодинамічного моделювання в механіці деформівного твердого тіла;
- підходи до формулування математичних моделей визначення теплового і напружено-деформованого станів неоднорідних тіл;
- методику постановки узагальнених задач спряження для отримання ключових рівнянь термопружності кусково-однорідних тіл та формулування на цій основі відповідних прямих і обернених крайових задач;
- аналітично-числові та числові методики розв'язування крайових задач тепlopровідності і термопружності для кусково-однорідних і неоднорідних, зокрема термочутливих, тіл за комплексної дії теплового і силового навантажень;
- загальні відомості про фізичні основи механіки руйнування матеріалів та основні види руйнування твердих тіл;
- особливості застосування силового, деформаційного та енергетичного критеріїв механіки руйнування;
- умови поширення тріщин та технологічні способи підвищення тріщиностійкості конструкцій;
- способи комп'ютерного моделювання процесів теплопереносу і пружно-пластичного деформування структурно-неоднорідних тіл та розрахункові схеми їх дослідження;
- процедуру проведення обчислювальних експериментів і аналізу його результатів.

Вивчення навчальної дисципліни передбачає формування та розвиток в аспірантів **компетентностей**:

**загальних:**

- 1) знання сучасних методів математичного, числового та комп'ютерного моделювання термомеханічної поведінки та граничного стану структурно-неоднорідних тіл;
- 2) критичний аналіз, оцінка і синтез нових та складних ідей;
- 3) уміння ефективно спілкуватися з широкою науковою спільнотою та громадськістю в питаннях прикладної математики;
- 4) наполегливість у досягненні мети;
- 5) здатність самостійно розвиватися і вдосконюватися упродовж життя, відповідальність за навчання інших;
- 6) соціальна відповідальність за результати прийняття стратегічних рішень;
- 7) ініціювання оригінальних дослідницько-інноваційних комплексних проектів;
- 8) лідерство та здатність як до автономної, так і до командної роботи під час реалізації проектів;

**фахових:**

- 1) знання про тенденції розвитку і найбільш важливі нові розробки в області математичного, числового та комп'ютерного моделювання складних структурно-неоднорідних систем, а також суміжних областей;
- 2) розуміння сучасних наукових теорій і методів, вміння їх ефективно застосовувати для синтезу та аналізу складних процесів, систем та явищ;
- 3) здатність ефективно застосовувати аналітичні методи аналізу та математичного моделювання складних процесів та систем, виконувати комп'ютерні експерименти при проведенні наукових досліджень;
- 4) можливість інтегрувати знання з інших дисциплін, застосовувати системний підхід та враховувати нетехнічні аспекти при розв'язанні науково-прикладних задач і виконанні досліджень;
- 5) готовність розробляти та реалізовувати проекти, включаючи власні дослідження, які дають можливість переосмислювати наявні чи створювати нові знання, а також розв'язувати складні задачі в області математичного, числового та комп'ютерного моделювання.

Результати навчання даної дисципліни деталізують такі **програмні результати навчання**:

- знання та розуміння наукових та математичних принципів, що лежать в основі математичного моделювання складних структурно-неоднорідних систем;
- професійні знання основних закономірностей кількісного опису процесів в рамках моделей тепло-масо-перенесення, деформування, граничної рівноваги в структурно-неоднорідних середовищах;
- знання сучасних числових методів розв'язування краївих задач, алгоритмів та їх програмної реалізації при дослідженнях за допомогою обчислювального експерименту;
- здатність обрати раціональний метод знаходження розв'язків і побудувати алгоритм розв'язання сформульовані задачі, а також розробити відповідне програмне забезпечення для комп'ютерного моделювання;
- здатність продемонструвати поглиблені знання у вибраній спеціалізації;
- розуміння впливу технічних рішень в суспільному, економічному і соціальному контексті;
- здійснювати пошук, аналізувати і критично оцінювати інформацію з різних джерел;
- вміння провести обчислювальний експеримент та проаналізувати його результати;
- самостійно планувати та виконувати дослідження, а також оцінювати отримані результати;

- застосовувати інформаційно-комунікаційні технології та навики програмування для розв'язання задач математичного моделювання складних процесів, систем та явищ;
- поєднувати теорію і практику, а також приймати рішення та виробляти стратегію діяльності для вирішення завдань спеціалізації з урахуванням загальнолюдських цінностей, суспільних, державних та виробничих інтересів;
- самостійно виконувати наукові дослідження та застосовувати дослідницькі навички за професійною тематикою;
- застосовувати системний підхід, інтегруючи знання з інших дисциплін та враховуючи не-технічні аспекти, під час розв'язання задач обраної спеціалізації та проведення дослідженъ;
- аргументувати вибір методів розв'язування спеціалізованої задачі, критично оцінювати отримані результати та захищати прийняті рішення;

### 3. Опис навчальної дисципліни

#### 3.1. Лекційні заняття

<i>№ n/n</i>	<i>Найменування розділів, тем</i>	<i>Кількість год.</i>
1	Основні базові положення математичного моделювання в механіці пружних деформівних систем. Вектор переміщення. Тензор деформацій. Умови сущільноті Сен-Венана.	2
2	Моделювання напруженого стану деформівного твердого тіла. Вектор і тензор напружень. Рівняння руху (рівноваги).	2
3	Термодинамічне моделювання деформування тіла. Закон збереження енергії для деформованого тіла. Баланс ентропії. Закон тепlopровідності Фур'є. Співвідношення Дюгамеля-Неймана для анізотропного тіла.	2
4	Рівняння тепlopровідності. Початкова та граничні умови для формулювання крайової задачі тепlopровідності для анізотропного тіла. Постановка задачі термопружності у переміщеннях. Класифікація задач термопружності в залежності від фізико-механічних властивостей тіла.	2
5	Основні рівняння і співвідношення для неоднорідного тіла. Моделювання кусково-однорідного тіла за допомогою узагальнених функцій. Узагальнена задача спряження для лінійного диференціального рівняння.	2
6	Спосіб побудови фундаментальної системи розв'язків для лінійного диференціального рівняння із кусково-неперервними коефіцієнтами та його застосування до розв'язування задач термопружності для шаруватого тіла.	2
7	Математичні моделі термоочутливого тіла. Особливості постановок на їх основі крайових задач термопружності та підходів до їх розв'язання.	2
8.	Математичні моделі тонкостінних систем. Основні гіпотези та припущення. Процедура зведення 3D до 2D задач термопружності для тонких оболонок.	2
9.	Уніфікована математична модель кусково-однорідної циліндричної оболонки з тепловими та залишковими деформаціями і дефектами структури. Способи визначення та дослідження.	2
10.	Поняття про фізичні основи механіки руйнування. Структура матеріалів. Основні види руйнування твердих тіл.	2
11.	Силовий підхід у лінійній механіці руйнування. Коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН). Критерій руйнування Ірвіна. Пластична зона біля вершини тріщини.	2
12.	Енергетичний критерій руйнування Гріффітса. Концепція Гріффітса-Орована-Ірвіна. Стійкий і нестійкий розвиток тріщини.	2

13.	Умови поширення тріщини. Розгалуження тріщин. Технологічні способи підвищення тріщиностійкості конструкції.	2
14.	Поняття про $J$ -інтеграл. Критичне розкриття тріщини. Модель Леонова-Панасюка-Дагдейла.	2
15.	Зв'язок силового, деформаційного та енергетичного критеріїв механіки руйнування. Поняття про втомне руйнування.	2

Усього 30 год.

### 3.2. Практичні заняття

№ n/n	Найменування розділів, тем	Кількість год.
1.	Математичне моделювання процесу деформування та спричиненого ним напруженого стану деформівного твердого тіла.	2
2.	Постановки нестационарних задач тепlopровідності для однорідних ізотропних тіл канонічної форми за різних типів граничних умов та способи їх розв'язування.	2
3.	Постановки крайових задач термопружності для однорідних ізотропних тіл та аналітично-числові підходи до їх розв'язування.	2
4.	Узагальнена задача Коші для звичайного лінійного диференціального рівняння зі сталими коефіцієнтами та способі побудови її розв'язку.	2
5.	Отримання частково-вироджених рівнянь тепlopровідності та термопружності у переміщеннях для шаруватого ізотропного тіла.	2
6.	Побудова фундаментальної системи розв'язків для частково-вироджених рівнянь тепlopровідності з кусково-неперервними коефіцієнтами для конкретних кусково-однорідних тіл. Способи розв'язування відповідних задач термопружності.	2
7.	Формульовання та особливості розв'язування задач термопружності для неоднорідних і термочутливих тіл.	2
8.	Особливості дослідження термомеханічної поведінки тонкостінних кусково-однорідних елементів конструкцій.	2
9.	Розв'язування прямої та оберненої задач для кусково-однорідної циліндричної оболонки з тепловими та залишковими деформаціями.	2
10.	Ознайомлення з прикладами впливу дефектів на процес руйнування тіл, загальним описом структури матеріалів та особливостями крихкого, в'язкого і квазікрихкого руйнування.	2
11.	Класичний та некласичний підходи до аналізу процесу руйнування. Формула для визначення напружень в околі вершини тріщини в узагальненому вигляді. Приклади для визначення КІН. Форми зон пластичності тріщини нормального відриву та поперечного зсуву.	2
12.	Поняття про опір зростанню тріщини. Співвідношення між КІН і швидкістю вивільнення пружної енергії.	2
13.	Поняття про $R$ -криву, її інваріантність. Різні технологічні способи конструкційного гальмування тріщин.	2
14.	Поняття розкриття тріщини у її вершині (КРТ). Використання моделі Леонова-Панасюка-Дагдейла для дослідження пружного і пружно-пластичного деформування циліндричної оболонки з тріщинами.	2
15.	Застосування методу механічних квадратур до розв'язування сингулярних інтегральних рівнянь для задач дослідження граничної рівноваги циліндричної оболонки з різnotипними тріщинами.	2

Усього 30 год.

### 3.3. Самостійна робота

<i>№ n/n</i>	<i>Зміст роботи</i>	<i>К-сть годин</i>
1.	Виконання індивідуальних науково-дослідних завдань, к-сть/год	40
2.	Підготовка до заліків та іспиту	20

**Усього 60 год.**

## 4. Оцінювання результатів засвоєння дисципліни

### 4.1. Урахування контрольно-моніторингових завдань

<i>№</i>	<i>вид завдання</i>	<i>відсоток</i>
1	Виконання завдань на практичних заняттях	25%
2	Виконання індивідуального науково-дослідного завдання	25%
3	Екзамен	50%

### 4.2. Загальна шкала оцінювання

При оцінюванні використовуються критерії згідно з Положенням про рейтингове оцінювання досягнень здобувачів вищої освіти в Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстрігача НАН України від 9.11.2016

[http://iapmm.lviv.ua/aspirant/polozhennya\\_ro\\_K.pdf](http://iapmm.lviv.ua/aspirant/polozhennya_ro_K.pdf)

### Рекомендована література

1. Elishakoff I., Pentaras D., Gentilini C. Mechanics of Functionally Graded Material Structures, World Scientific Publishing Co, 2015.
2. Guo L., Hongjun Y., Linzhi W. Fracture Mechanics of Nonhomogeneous Materials, Springer, 2023
3. Hetnarski R.B., Eslami M.R. Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications. – Springer, 2019. – 657 p.
4. Kushnir R., Popovych V. Application of the Generalized Functions Method for Analysis of Thermal Stresses in Piecewise-Homogeneous Solids / Encyclopedia of Thermal Stresses. R.B. Hetnarski, ed. – Springer, 2014. – Vol. 1. – P. 224-230.
5. Kushnir R., Protsiuk B. Determination of the Thermal Fields and Stresses in Multilayer Solids by Means of the Constructed Green Functions / Encyclopedia of Thermal Stresses. R.B. Hetnarski, ed. – Springer, 2014. – Vol. 2. – P. 924-931.
6. Shyha I., Huo D. Advances in Machining of Composite Materials. Conventional and Non-conventional Processes. Springer, 2021
7. Tokovyy, Y., Ma, C.-C. The Direct Integration Method for Elastic Analysis of Nonhomogeneous Solids. – Newcastle: Cambridge Scholars Publishing, 2021. – 329 p.
8. Божидарник В.В., Сулім Г.Т. Елементи теорії пластичності та міцності (у 2-х частинах): навч. пос.– Львів: Світ, 1999.– 947 с.
9. Божидарник В.В., Сулім Г.Т. Елементи теорії пружності: навч. пос.– Львів: Світ, 1994.– 560 с.

10. *Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл* / Під заг. редакцією Я.Й. Бурака і Р.М. Кушніра (в 5-ти томах). Т. 3. Термопружність термоочутливих тіл / Кушнір Р.М., Попович В.С. – Львів: СПОЛОМ, 2009. – 429 с.
11. *Сулім Г.Т. Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформівних твердих тіл з тонкими включеннями.* – Львів: Досл.-вид. центр НТШ, 2007. – 716 с.